

Research Paper

# High Fidelity Noiseless Linear Amplifier Based on Three-Photon Quantum Scissor<sup>1</sup>

Khaterreh Jafari<sup>2</sup>, Mojtaba Golshani<sup>3</sup> and Alireza Bahrapour<sup>4</sup>

Received: 2023.09.25

Revised: 2024.01.05

Accepted: 2024.02.20

## Abstract

In this article, we suggested a three-photon quantum scissor that truncates all multiphoton number states with four or more photons and amplifies the remaining photon number states in a probabilistic way. To this end, by assuming the ideality of all beam splitters and detectors of the proposed scheme, the output state of this quantum scissor and its success probability have been derived analytically. In contrast to the one-photon or two-photon quantum scissor, this setup works perfectly for superpositions of up to three photons. For the input coherent state, our results show that the fidelity between ideal amplification and the amplification obtained by this suggested three-photon quantum scissor is as good as that obtained with a network of six one-photon or two two-photon amplifiers. Moreover, the success probability of this generalized quantum scissor is larger than the success probability of six one-photon amplifiers and is comparable to the success probability of two two-photon amplifiers. Therefore, based on the fact that the resources required by the three-photon amplifier are smaller than those required for a network of one-photon or two-photon amplifiers, this proposed device is much more efficient than several one-photon or two two-photon amplifiers.

**Keywords:** *Noiseless Linear Amplifier, Three-Photon Quantum Scissor, and High Fidelity.*

<sup>1</sup> <https://doi.org/10.22051/ijap.2024.45084.1353>

<sup>2</sup> PhD Student, Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran. Email: [khatereh.jafari@physics.sharif.edu](mailto:khatereh.jafari@physics.sharif.edu)

<sup>3</sup> Assistant Professor, Department of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran (Corresponding Author). Email: [golshani@uk.ac.ir](mailto:golshani@uk.ac.ir)

<sup>4</sup> Professor, Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran. Email: [bahrapour@sharif.edu](mailto:bahrapour@sharif.edu)

<https://jap.alzahra.ac.ir>



## تقویت کننده خطی بدون نوفه مبتنی بر قیچی کوانتومی

### سه - فوتون با مانستگی بالا<sup>۱</sup>

خاطره جعفری<sup>۲</sup>، مجتبی گلشانی<sup>۳\*</sup> و علیرضا بهرامپور<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۰۳

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۱۰/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۰۱

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا

سال چهاردهم، پیاپی ۳۷، تابستان ۱۴۰۳

صص ۹۹-۱۱۴

#### چکیده:

در این مقاله، یک قیچی کوانتومی سه- فوتون، که فضای هیلبرت بی نهایت بعدی را به فضای حالت های عددی با تعداد کمتر از چهار فوتون کاهش می دهد، و دامنه حالات عددی باقیمانده را به روش احتمالی تقویت می کند، پیشنهاد شده است. بدین منظور، با فرض ایده آل بودن باریکه شکاف ها و آشکارسازهای مورد استفاده در طرح پیشنهادی، حالت خروجی این قیچی کوانتومی و احتمال موفقیت مربوط به آن به صورت تحلیلی محاسبه شده است. این تقویت کننده، برخلاف قیچی کوانتومی تک- فوتون یا دو- فوتون، برای هر برهم نهی تا پیشینه سه فوتون عمل تقویت را به صورت ایده آل انجام می دهد. نتایج بدست آمده برای حالت ورودی همدوس نشان می دهد که مانستگی بین حالت ایده آل و حالت تقویت شده بدست آمده با استفاده از این قیچی کوانتومی پیشنهادی، به بزرگی مانستگی یک تقویت کننده مبتنی بر مجموعه شش عددی قیچی کوانتومی تک- فوتون، و یا یک تقویت کننده مبتنی بر مجموعه دو عددی قیچی کوانتومی دو- فوتون است. افزون بر این، احتمال موفقیت این قیچی کوانتومی تعمیم یافته بزرگ تر از احتمال موفقیت بدست آمده از شش تقویت کننده یک- فوتون، و قابل مقایسه با احتمال موفقیت دو تقویت کننده دو- فوتون است. از این رو، با توجه به اینکه تجهیزات مورد نیاز برای یک قیچی کوانتومی سه- فوتون کمتر از تجهیزات مربوط به شبکه ای از قیچی های کوانتومی تک- فوتون یا دو- فوتون است، این ساختار معرفی شده کارآمدتر از تقویت کننده مبتنی بر چند قیچی کوانتومی تک- فوتون و یا دو قیچی کوانتومی دو- فوتون است.

**واژگان کلیدی:** تقویت کننده خطی بدون نوفه، قیچی کوانتومی سه- فوتون و مانستگی بالا.

<sup>۱</sup> <https://doi.org/10.22051/ijap.2024.45084.1353>

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران. Email: khatereh.jafari@physics.sharif.edu

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران (نویسنده مسئول) Email: golshani@uk.ac.ir

<sup>۴</sup> استاد، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران. Email: bahrapour@sharif.edu



## ۱. مقدمه

بر اساس اصل عدم قطعیت و قضیه کپی برداری ممنوع، امکان تقویت کامل و قطعی یک حالت کوانتومی وجود ندارد [۱]. از این رو، همه تقویت کننده‌های خطی همراه با نوفه می‌باشند. با این وجود، امکان تقویت خطی بدون نوفه غیرقطعی وجود دارد [۲]. به عبارت دیگر می‌توان یک تقویت کننده خطی بدون نوفه، اما احتمالی، که در برخی از موارد تقویت را به درستی و بدون نوفه انجام می‌دهد، ساخت [۳]. چنین ابزاری در صورت جارکش بودن و آگاه کردن از مواردی که تقویت به درستی صورت پذیرفته، می‌تواند بسیار مفید باشد. تقویت خطی بدون نوفه کاربردهای گسترده‌ای در فناوری‌های کوانتومی از جمله در توزیع کلید کوانتومی، تکرار کننده‌های کوانتومی، تصحیح خطای متغیر پیوسته و غیره دارند [۴-۹].

قیچی کوانتومی یک ابزار فیزیکی است که امکان تولید برهم‌نهی متناهی از حالت‌های عددی را با برش حالت سامانه‌ای که در فضای هیلبرت نامتناهی تعریف شده است، فراهم می‌کند [۱۰]. اولین طرح مربوط به قیچی کوانتومی در سال ۱۹۹۸ مطرح گردید [۱۱]. این قیچی کوانتومی یک حالت ورودی دلخواه را که بسط آن در پایه حالات عددی بی‌نهایت جمله دارد، به صورت احتمالاتی و در صورت موفقیت، به حالتی که تنها برهم‌نهی دو حالت عددی (حالت خلا و تک- فوتون) است، تبدیل می‌کند. به این سامانه، که بعد فضای هیلبرت نامتناهی حالت ورودی را به دو بعد کاهش می‌دهد، قیچی کوانتومی تک- فوتون می‌گویند. برای حالات همدوس ورودی با دامنه کوچک، قیچی کوانتومی می‌تواند به صورت یک تقویت کننده بدون نوفه عمل کند [۲].

به منظور تقویت حالات همدوس با دامنه بزرگ‌تر، آقای رالف و لوند، استفاده از چند قیچی کوانتومی به صورت موازی را پیشنهاد دادند [۲]. در این روش، در ابتدا یک تقسیم کننده چندتایی حالت همدوس ورودی را به تعدادی حالات همدوس ضعیف تقسیم می‌کند. سپس، هر یک از این حالات همدوس ضعیف به کمک یک قیچی کوانتومی تقویت می‌گردد. در پایان، در یک فرآیند معکوس این حالات تقویت شده ضعیف با یکدیگر ترکیب و حالت نهایی تقویت شده را بدست می‌دهند. این ساختار پیشنهادی برای تعداد زیاد قیچی کوانتومی به صورت یک تقویت کننده بدون نوفه ایده آل عمل می‌کند. اما از آنجایی که تقویت تنها در حالتی انجام می‌شود که همه قیچی‌های کوانتومی همزمان به صورت موفق عمل کنند، با افزایش تعداد قیچی‌های کوانتومی، احتمال موفقیت کل سامانه به صفر میل می‌کند. در این شرایط، اگر در راستای افزایش احتمال موفقیت، تعداد قیچی‌های کوانتومی کاهش یابد، تقویت کننده از حالت ایده آل فاصله می‌گیرد. جهت بهبود عملکرد تقویت کننده مبتنی بر قیچی کوانتومی تک- فوتون، تلاش‌هایی برای تعمیم قیچی کوانتومی به تعداد



بیشتر فوتون (که فضای فوک را تا ابعاد بالاتری برش می دهد) صورت گرفته است. در سال ۲۰۱۰ یک قیچی کوانتومی دو- فوتون پیشنهاد گردید که امکان استفاده از آن را به عنوان تقویت کننده فراهم می کند [۱۲]. نتایج بدست آمده نشان می دهد که بکارگیری یک عدد از این قیچی کوانتومی، در محدوده مناسبی از کمیت ها، امکان دست یابی به یک حالت تقویت شده نزدیک به ایده آل را فراهم می کند. با این وجود، خروجی این قیچی کوانتومی، در مقادیر بزرگ ضریب تقویت یا دامنه حالت ورودی، از مقدار ایده آل فاصله می گیرد.

در این مقاله، با تعمیم قیچی کوانتومی دو- فوتون، یک قیچی کوانتومی سه- فوتون ارائه شده است. مشاهده خواهد شد که این قیچی کوانتومی تعمیم یافته، با انتخاب درست کمیت ها، امکان عملکرد به عنوان تقویت کننده را داشته و در محدوده به نسبت گسترده ای از مقادیر ضریب تقویت و دامنه حالت ورودی، می تواند خیلی نزدیک به تقویت کننده خطی بدون نوفه ایده آل عمل کند.

در بخش اول این مقاله، ساختار این قیچی کوانتومی و پس از آن، روش عملکرد آن به صورت تقویت کننده خطی بدون نوفه مطرح می گردد. بخش دوم به مقایسه عملکرد این قیچی کوانتومی سه- فوتون با تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه چند قیچی کوانتومی تک- فوتون مطرح شده در منبع [۲] می پردازد. لازم به بیان است با توجه به اینکه در منبع [۲] رابطه مربوط به احتمال موفقیت و مانستگی تنها در حد تعداد زیاد قیچی کوانتومی بیان شده است، در این بخش احتمال موفقیت و مانستگی تقویت برای تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه چند قیچی کوانتومی تک- فوتون با تعداد دلخواه قیچی کوانتومی نیز محاسبه می گردد. سپس در بخش بعدی قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه چند قیچی کوانتومی دو- فوتون مقایسه می شود. دوباره با توجه به اینکه در منبع [۱۲] تنها حالت مربوط به یک قیچی کوانتومی دو- فوتون بررسی شده، این بخش شامل محاسبه احتمال موفقیت و مانستگی تقویت برای تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه چند قیچی کوانتومی دو- فوتون است. سپس مقاله با نتیجه گیری به پایان می رسد.

## ۲. بحث و بررسی

### ۲-۱ قیچی کوانتومی سه- فوتون

طرح مربوط به قیچی کوانتومی سه- فوتون در شکل (۱) نشان داده شده است. این دستگاه از دو باریکه شکاف  $BS_1$  و  $BS_2$  با ضرایب عبور  $t_1$  و  $t_2$ ، و ضرایب بازتاب  $r_1 = \sqrt{1 - t_1^2}$  و



مطابق شکل، حالت ورودی به این سامانه به صورت  $r_2 = \sqrt{1 - t_2^2}$  تشکیل شده است. مطابق شکل، حالت ورودی به این سامانه به صورت  $|\Psi\rangle_{in} = |3\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2}$  می باشد، که در آن

$$|\Psi\rangle_{in} = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n |n\rangle_{b_3} \quad (1)$$

یک حالت ورودی دلخواه در پایه حالات عددی است. حالت ورودی را می توان بر اساس رابطه  $|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle$ ، به صورت:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{\sqrt{3!n!}} (\hat{a}_2^\dagger)^3 (\hat{b}_3^\dagger)^n |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{a_2} |0\rangle_{b_3} \quad (2)$$

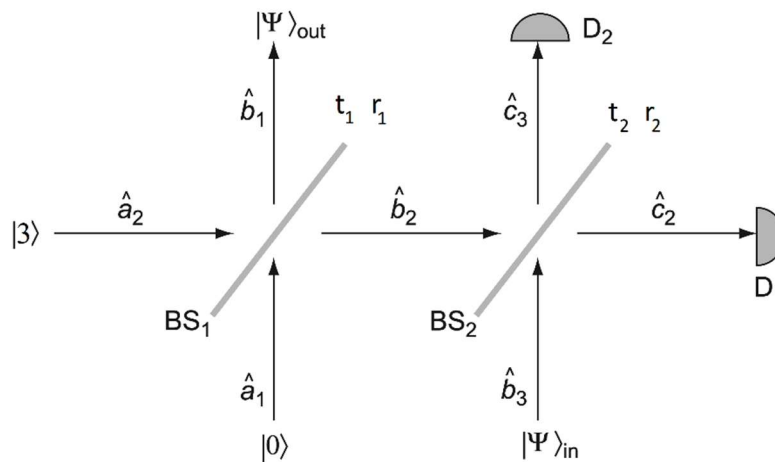
برحسب عملگرهای خلق مدهای ورودی نوشت. با استفاده از روابط تبدیل باریکه شکاف [۱۳]،

$$\begin{aligned} \hat{a}_1^\dagger &= t_1 \hat{b}_1^\dagger - r_1 \hat{b}_2^\dagger, & \hat{a}_2^\dagger &= r_1 \hat{b}_1^\dagger + t_1 \hat{b}_2^\dagger \\ \hat{b}_2^\dagger &= t_2 \hat{c}_2^\dagger + r_2 \hat{c}_3^\dagger, & \hat{b}_3^\dagger &= -r_2 \hat{c}_2^\dagger + t_2 \hat{c}_3^\dagger \end{aligned} \quad (3)$$

می توان مدهای ورودی و خروجی قیچی کوانتومی را به هم مربوط کرد:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1^\dagger \\ \hat{a}_2^\dagger \\ \hat{b}_3^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 & -r_1 t_2 & -r_1 r_2 \\ r_1 & t_1 t_2 & t_1 r_2 \\ 0 & -r_2 & t_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{b}_1^\dagger \\ \hat{c}_2^\dagger \\ \hat{c}_3^\dagger \end{pmatrix}. \quad (4)$$

بنابراین حالت ورودی به صورت،



شکل ۱ قیچی کوانتومی سه- فوتون.



$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma_n}{\sqrt{3!n!}} (r_1 \hat{b}_1^\dagger + t_1 t_2 \hat{c}_2^\dagger + t_1 r_2 c_3^\dagger)^3 (-r_2 \hat{c}_2^\dagger + t_2 c_3^\dagger)^n |0\rangle_{b_1} |0\rangle_{c_2} |0\rangle_{c_3} \quad (5)$$

برحسب مدهای خروجی قابل نوشتن است. با محاسبه بسط بالا و ساده‌سازی آن می‌توان حالت خروجی را برحسب حالات عددی بدست آورد. اما هدف ما محاسبه حالت خروجی  $|\Psi\rangle_{out}$  در شرایطی است که آشکارسازهای  $D_1$  و  $D_2$  به ترتیب یک و دو فوتون ثبت نمایند. در این شرایط، در حالت خروجی قیچی کوانتومی فقط جملاتی که شامل  $\hat{c}_2^\dagger (c_3^\dagger)^2$  است، وجود دارد. حالت خروجی بعد از یک محاسبه سراسر است به صورت

$$|\Psi\rangle_{out} = \frac{\sqrt{3} t_1^3 t_2 r_2^2}{\sqrt{P_s}} (\gamma_0 |0\rangle_{b_1} + (2 + \mathcal{R}) g \gamma_1 |1\rangle_{b_1} + (1 + 2\mathcal{R}) g^2 \gamma_2 |2\rangle_{b_1} + \mathcal{R} g^3 \gamma_3 |3\rangle_{b_1}) \quad (6)$$

بدست می‌آید که در آن

$$g = \frac{r_1 t_2}{t_1 r_2}, \quad \mathcal{R} = -\frac{r_2^2}{t_2^2} \quad (7)$$

است. همانطور که در ادامه مطرح خواهد شد، کمیت  $g$  ضریب تقویت است. در رابطه (۶)،  $P_s$  ضریب بهنجارش است و از رابطه

$$P_s = 3t_1^6 t_2^2 r_2^4 (|\gamma_0|^2 + |(2 + \mathcal{R})g\gamma_1|^2 + |(1 + 2\mathcal{R})g^2\gamma_2|^2 + |\mathcal{R}g^3\gamma_3|^2) \quad (8)$$

بدست می‌آید. این کمیت همان احتمال موفقیت قیچی کوانتومی است، یعنی احتمال اینکه آشکارسازهای  $D_1$  و  $D_2$  به ترتیب یک و دو فوتون ثبت نمایند. همانطور که روابط (۱) و (۶) نشان می‌دهند، قیچی کوانتومی شکل (۱)، که به آن قیچی کوانتومی سه- فوتون می‌گویند، در صورت موفقیت، حالت ورودی در فضای بی‌نهایت بعدی را به یک حالت خروجی در فضای چهاربعدی (شامل کت خلا و حالات عددی یک، دو و سه فوتون) تبدیل می‌کند.

اکنون که حالت خروجی این قیچی کوانتومی بدست آمد، به بررسی شرایط عملکرد آن به عنوان یک تقویت کننده خطی بدون نوفه خواهیم پرداخت. هر قیچی کوانتومی لزوماً نمی‌تواند به عنوان یک تقویت کننده عمل کند [۱۴-۱۶]. در حقیقت، یک قیچی کوانتومی  $N$ - فوتون (که فضای هیلبرت بی‌نهایت بعدی را به فضای شامل خلا و حالات عددی یک، دو، ...،  $N$  فوتونی کاهش می‌دهد) در صورتی می‌تواند نقش یک تقویت کننده با ضریب تقویت  $g$  را بازی کند که همه حالات عددی با تعداد بیش از  $N$  فوتون را حذف کند و ضریب بسط مربوط به حالت عددی  $|n\rangle$



باقیمانده را در  $g^n$  ضرب کند [۱۲]. بنابراین، بر اساس رابطه (۶)، قیچی کوانتومی سه- فوتون مورد بررسی در صورتی نقش یک تقویت کننده را بازی می کند که شروط

$$G = 2 + \mathcal{R} \quad , \quad G^2 = 1 + 2\mathcal{R} \quad , \quad G^3 = \mathcal{R} \quad (۹)$$

به ازای یک کمیت  $G$  برقرار باشد. اما یک بررسی ساده نشان می دهد که مجموعه سه معادله بالا، برای دو متغیر  $G$  و  $\mathcal{R}$  جواب ندارد! از این رو، به نظر می رسد این قیچی کوانتومی نمی تواند به صورت تقویت کننده عمل کند. اما یک بررسی ساده نشان می دهد که اگر  $\mathcal{R} = -1$  باشد، رابطه (۶) به صورت

$$|\Psi\rangle_{out} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2P_s}} \frac{1}{(1+g^2)^{3/2}} (\gamma_0|0\rangle_{b_1} + g\gamma_1|1\rangle_{b_1} - g^2\gamma_2|2\rangle_{b_1} - g^3\gamma_3|3\rangle_{b_1}) \quad (۱۰)$$

و رابطه (۸) به صورت

$$P_s = \frac{3}{8(1+g^2)^3} (|\gamma_0|^2 + |g\gamma_1|^2 + |g^2\gamma_2|^2 + |g^3\gamma_3|^2) \quad (۱۱)$$

تبدیل می شوند. توجه نمایید که بر اساس رابطه (۷)، شرط  $\mathcal{R} = -1$  منجر به روابط  $t_2 = r_2 = r_1 = gt_1 = \frac{g}{\sqrt{1+g^2}}$  و  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  می گردد. رابطه (۱۰) شبیه حالت تقویت شده با ضریب تقویت  $g$  است با این تفاوت که که ضرایب حالات عددی دو و سه فوتونی در یک علامت منفی ضرب شده اند. در برخی موارد این تغییر علامت مشکلی ایجاد نمی کند، اما اگر این تغییر علامت نامطلوب باشد، می توان از یک گیت تغییر علامت غیرخطی دو و سه فوتونی برای تصحیح آن استفاده کرد [۱۷]. روش دیگر برطرف کردن این تغییر علامت نامطلوب، دو بار عبور حالت ورودی از یک تقویت کننده با ضریب تقویت  $\sqrt{g}$  است که در این صورت تغییر علامت غیرخطی نامطلوب حذف می شود. در این مقاله از روش دوم استفاده خواهد شد. بر اساس روابط (۱۰) و (۱۱)، حالت ورودی رابطه (۱) بعد از یک بار عبور از قیچی کوانتومی سه- فوتون با ضریب تقویت  $\sqrt{g}$  با احتمال،

$$P_{s3}^{(1)} = \frac{3}{8(1+g)^3} (|\gamma_0|^2 + |g^{1/2}\gamma_1|^2 + |g\gamma_2|^2 + |g^{3/2}\gamma_3|^2) \quad (۱۲)$$

به حالت بهنجار

$$|\Psi\rangle_{out}^{(1)} = \frac{\gamma_0|0\rangle_{b_1} + g^{1/2}\gamma_1|1\rangle_{b_1} - g\gamma_2|2\rangle_{b_1} - g^{3/2}\gamma_3|3\rangle_{b_1}}{\sqrt{|\gamma_0|^2 + |g^{1/2}\gamma_1|^2 + |g\gamma_2|^2 + |g^{3/2}\gamma_3|^2}} \quad (۱۳)$$

تبدیل می شود. اکنون با عبور حالت (۱۳) از قیچی کوانتومی با ضریب تقویت  $\sqrt{g}$ ، طبق روابط (۱۰) و (۱۱)، حالت خروجی به شکل



$$|\Psi\rangle_{out} = \frac{\gamma_0|0\rangle_{b_1} + g\gamma_1|1\rangle_{b_1} + g^2\gamma_2|2\rangle_{b_1} + g^3\gamma_3|3\rangle_{b_1}}{\sqrt{|\gamma_0|^2 + |g\gamma_1|^2 + |g^2\gamma_2|^2 + |g^3\gamma_3|^2}} \quad (14)$$

با احتمال موفقیت

$$P_{s3}^{(2)} = \frac{3}{8(1+g)^3} \frac{|\gamma_0|^2 + |g\gamma_1|^2 + |g^2\gamma_2|^2 + |g^3\gamma_3|^2}{|\gamma_0|^2 + |g^{1/2}\gamma_1|^2 + |g\gamma_2|^2 + |g^{3/2}\gamma_3|^2} \quad (15)$$

خواهد بود. از این رو، احتمال اینکه قیچی کوانتومی در هر دو بار عبور موفق باشد برابر است با:

$$P_{s3} = P_{s3}^{(1)} P_{s3}^{(2)} = \frac{9}{64(1+g)^6} (|\gamma_0|^2 + |g\gamma_1|^2 + |g^2\gamma_2|^2 + |g^3\gamma_3|^2). \quad (16)$$

جهت مقایسه این قیچی کوانتومی و طرح مبتنی بر چند قیچی کوانتومی یک- فوتون و یا دو- فوتون، در ادامه حالت ورودی به صورت حالت همدوس،

$$|\Psi\rangle_{in} = |\alpha\rangle = e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle_{b_3} \quad (17)$$

در نظر گرفته می شود [۱۳]. اگر این حالت همدوس دوبار از این قیچی کوانتومی سه- فوتون (با

ضریب تقویت  $\sqrt{g}$ ) عبور کند، بر اساس روابط (۱۴) و (۱۶)، حالت خروجی با احتمال موفقیت

$$P_{s3} = \frac{9 e^{-\alpha^2}}{64(1+g)^6} \left( 1 + g^2\alpha^2 + \frac{g^4\alpha^4}{2} + \frac{g^6\alpha^6}{6} \right) \quad (18)$$

به صورت

$$|\Psi\rangle_{out} = \frac{|0\rangle_{b_1} + g\alpha|1\rangle_{b_1} + \frac{g^2\alpha^2}{\sqrt{2}}|2\rangle_{b_1} + \frac{g^3\alpha^3}{\sqrt{6}}|3\rangle_{b_1}}{\sqrt{1 + g^2\alpha^2 + \frac{g^4\alpha^4}{2} + \frac{g^6\alpha^6}{6}}} \quad (19)$$

تبدیل می شود. هدف این است که بررسی شود حالت خروجی رابطه (۱۹) چقدر شبیه حالت

همدوس تقویت شده ایده آل  $|g\alpha\rangle$  است. بدین منظور مانستگی بین دو حالت محاسبه می گردد [۲]:

$$F_3 = |\langle g\alpha|\Psi\rangle_{out}|^2 = e^{-g^2\alpha^2} \left( 1 + g^2\alpha^2 + \frac{g^4\alpha^4}{2} + \frac{g^6\alpha^6}{6} \right) \quad (20)$$

روابط (۱۸) و (۲۰) نحوه عملکرد (احتمال موفقیت و مانستگی) قیچی کوانتومی سه- فوتون

پیشنهادی را به عنوان یک تقویت کننده حالت همدوس نشان می دهد.

قیچی کوانتومی سه- فوتون برای هر برهم نهی از حالات عددی که که بیش از سه فوتون ندارد، به

صورت تقویت کننده ایده آل، با مانستگی واحد، عمل می کند. اگرچه، برای حالت هایی با دامنه

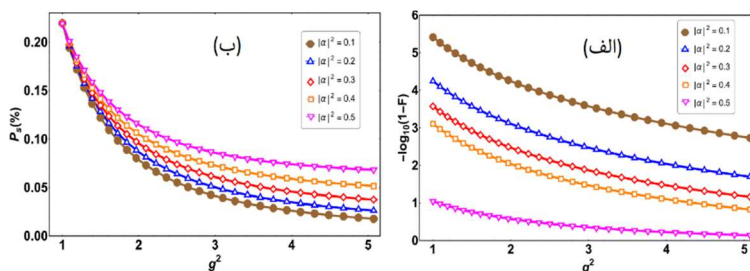


احتمال غیرصفر برای تعداد فوتون بالاتر، از جمله حالت همدوس، مانستگی کمتر از واحد خواهد بود. شکل (۲-الف) روش تغییر مانستگی بین حالت خروجی از قیچی و حالت همدوس تقویت شده را برحسب ضریب بهره  $g^2$ ، به ازای مقادیر مختلف تعداد متوسط فوتون حالت همدوس ورودی  $|\alpha|^2$  نشان می‌دهد. لازم به یادآوری است که در این شکل بجای مانستگی  $F$ ، کمیت  $-\log_{10}(1-F)$  رسم شده است. در این معیار مقدار ۱ معادل  $F = 0/9$ ، مقدار ۲ معادل  $F = 0/99$ ، مقدار ۳ معادل  $F = 0/999$  و غیره است. همانطور که مشاهده می‌شود، در ناحیه کمابیش گسترده‌ای از کمیت‌ها مانستگی بسیار بالا است. افزون براین، با افزایش میانگین تعداد متوسط فوتون حالت ورودی، به دلیل افزایش سهم حالات عددی با تعداد فوتون بیشتر، مانستگی کاهش می‌یابد. افزون بر این، مانستگی تابع نزولی از بهره توان است. این نتیجه نیز به دلیل افزایش سهم حالات عددی با تعداد فوتون بالاتر در حالت مورد انتظار  $|g\alpha\rangle$  است.

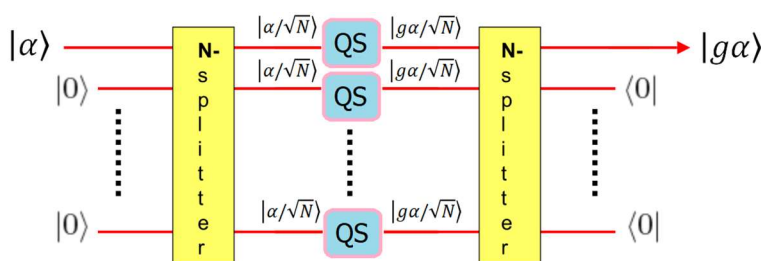
لازم به بیان است که قیچی کوانتومی اغلب در انتهای یک کانال کوانتومی برای جبران افت کانال مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این رو، از آنجایی که در انتهای کانال شدت حالت ورودی، به دلیل افت کانال، کاهش یافته است، حالت ورودی به قیچی کوانتومی معمولاً دارای دامنه پایین است. از این رو، در بررسی‌های صورت گرفته بیشینه مقدار  $\alpha^2$  به  $0/5$  محدود شده است.

در شکل (۲-ب) احتمال موفقیت قیچی کوانتومی سه-فوتون برحسب بهره توان، به ازای چندین حالات همدوس با تعداد متوسط فوتون متفاوت، ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، این کمیت تابعی کاهشی از بهره است. براساس رابطه (۱۸) احتمال موفقیت در حد مقادیر بزرگ  $g$  به مقدار ثابت  $\frac{3}{128}\alpha^6 e^{-\alpha^2}$  میل می‌کند. این مقدار حدی برای مقادیر  $\alpha^2 \leq 3$ ، تابعی افزایشی از  $\alpha^2$  است. بنابراین، در محدوده کمیت‌های مورد بررسی در شکل، احتمال موفقیت با افزایش تعداد متوسط فوتون‌های حالت ورودی افزایش می‌یابد. البته لازم به بیان است که در مقادیر  $\alpha^2 > 3$ ، افت نمایی رابطه (۱۸) بر افزایش چندجمله‌ای  $\alpha^6$  غلبه کرده، احتمال موفقیت با افزایش  $\alpha^2$  کاهش می‌یابد.





شکل ۲ (الف) مانستگی بین حالت خروجی از قیچی کوانتومی سه- فوتون و حالت همدوس تقویت شده و (ب) نرخ موفقیت آن، برای مقادیر مختلف تعداد متوسط فوتون ورودی.



شکل ۳ تقویت کننده خطی بدون نوفه حالت همدوس مبتنی بر  $N$  قیچی کوانتومی [۲].

## ۲-۲ مقایسه عملکرد قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون

در این بخش عملکرد قیچی کوانتومی سه- فوتون پیشنهادی با تقویت کننده مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون (به ازای مقادیر مختلف  $N$  قیچی مورد استفاده) ارائه شده در منبع [۲] مقایسه می‌شود. از آنجایی که در منبع اصلی مانستگی و احتمال موفقیت به ازای مقدار مختلف تعداد قیچی مورد استفاده  $N$  ارائه نشده، در ابتدا به صورت خلاصه این کمیت‌ها بدست می‌آید. شکل (۳) ساختار کلی تقویت کننده منبع [۲] را نشان می‌دهد. در ابتدا تقسیم کننده  $N$  تایی حالت همدوس ورودی  $|\alpha\rangle$  را به  $N$  حالت همدوس ضعیف  $|\frac{\alpha}{\sqrt{N}}\rangle$  تقسیم می‌کند. سپس همه این حالات همدوس ضعیف شده توسط  $N$  قیچی کوانتومی تک- فوتون تقویت و در صورت موفقیت تمام قیچی‌های کوانتومی به حالات  $|\frac{g\alpha}{\sqrt{N}}\rangle$  تبدیل می‌شوند. ضریب تقویت  $g$  به ضریب عبور و بازتاب باریکه‌شکاف قیچی کوانتومی تک- فوتون وابسته و قابل تنظیم است. در پایان، این حالات تقویت شده ضعیف در یک فرایند معکوس با استفاده از تقسیم کننده پرتو  $N$  تایی ترکیب، و در

صورتی که در  $N - 1$  بازوی خروجی حالت خلا ظاهر شود، در بازوی باقیمانده حالت تقویت شده نزدیک به  $|g\alpha\rangle$  تولید می‌شود (تنها در حد  $N \rightarrow \infty$  حالت خروجی دقیقاً  $|g\alpha\rangle$  است، اما در این حالت احتمال موفقیت صفر می‌شود!). بر اساس نتایج منبع [۲]، حالت نهایی این سامانه در صورت موفقیت (با احتمال  $P_{S1}$ ) به صورت

$$\begin{aligned} |\alpha, g, N\rangle_1 &= \frac{e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\sqrt{P_{S1}}} \left( \frac{1}{2(1+g^2)} \right)^{\frac{N}{2}} \left( 1 + \frac{g\alpha}{N} a^\dagger \right)^N |0\rangle \\ &= \frac{e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\sqrt{P_{S1}}} \left( \frac{1}{2(1+g^2)} \right)^{\frac{N}{2}} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} \sqrt{k!} \left( \frac{g\alpha}{N} \right)^k |k\rangle \end{aligned} \quad (21)$$

است. مشابه با منبع [۲]، حالت (۲۱) در حد  $N \rightarrow \infty$  به حالت  $|g\alpha\rangle$  تبدیل می‌شود. با توجه به رابطه (۲۱)، ضریب بهنجارش که همان احتمال موفقیت سامانه است به صورت

$$P_{S1} = \frac{e^{-\alpha^2}}{2^N (1+g^2)^N} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k}^2 k! \left( \frac{g\alpha}{N} \right)^{2k} \quad (22)$$

قابل بیان است. سری بالا قابل محاسبه است و نتیجه آن با استفاده از نرم‌افزار ممتیکا<sup>۱</sup> به صورت

$$P_{S1} = \frac{(-1)^N e^{-\alpha^2}}{2^N (1+g^2)^N} \left( \frac{g\alpha}{N} \right)^{2N} \mathcal{U} \left( -N, 1, -\frac{N^2}{g^2 \alpha^2} \right) \quad (23)$$

بدست می‌آید، که در آن  $\mathcal{U}$  تابع فوق‌هندسی همشار نوع دوم است [۱۸]. با جایگذاری رابطه (۲۳) در (۲۱)، مانستگی بین حالت  $|\alpha, g, N\rangle_1$  و حالت تقویت‌شده ایده‌آل  $|g\alpha\rangle$  نیز به راحتی قابل محاسبه است،

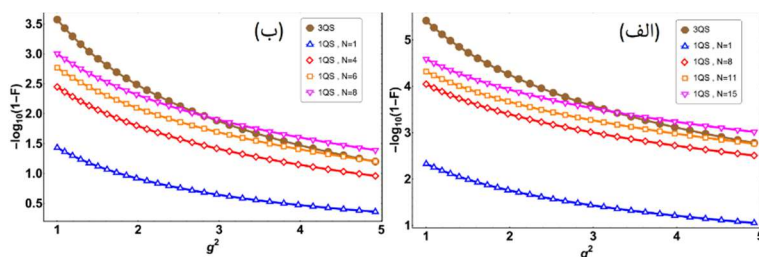
$$F_1 = |\langle g\alpha | \alpha, g, N \rangle_1|^2 = \frac{(-1)^N e^{-g^2 \alpha^2} (N + g^2 \alpha^2)^{2N}}{(g\alpha)^{2N} \mathcal{U} \left( -N, 1, -\frac{N^2}{g^2 \alpha^2} \right)}. \quad (24)$$

اکنون با توجه به روابط (۱۸)، (۲۰)، (۲۳) و (۲۴)، نتایج مربوط به قیچی کوانتومی سه-فوتون پیشنهادی با تقویت‌کننده مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی تک-فوتون مقایسه می‌شود. شکل (۴-الف) و (۴-ب) به ترتیب، مقایسه مانستگی مربوط به این دو سامانه را به ازای دو مقدار  $\alpha^2 = 0.1$  و  $\alpha^2 = 0.3$  نشان می‌دهد. روشن است که در بیشتر موارد استفاده از یک قیچی کوانتومی سه-فوتون به جای مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی تک-فوتون برتری قابل توجهی دارد. مجموعه قیچی‌های کوانتومی تک-فوتون زمانی حالتی با مانستگی بهتر ایجاد می‌کنند که اولاً

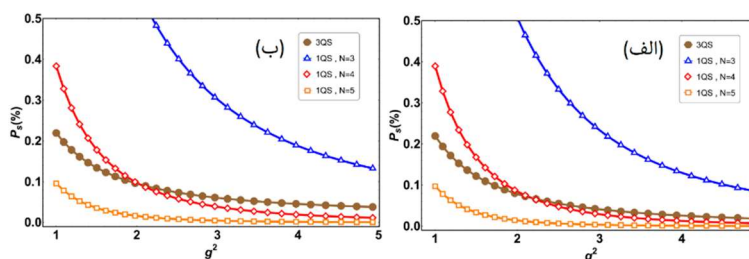
<sup>1</sup> Mathematica



$\langle ga \rangle$  دارای دامنه‌های چهار فوتونی و بالاتر باشد (که در قیچی کوانتومی سه- فوتون قابل تقویت نیست)، و دوم اینکه،  $N$  به اندازه کافی بزرگ باشد تا بتواند دامنه حالت ورودی به هر قیچی کوانتومی تک- فوتون را به اندازه کافی کاهش دهد. البته همانطور که در ادامه خواهیم دید، افزایش زیاد  $N$  سبب کاهش عملکرد سامانه می‌شود. شکل (۴- الف) نشان می‌دهد، به ازای  $\alpha^2 = 0.1$ ، استفاده از یک قیچی کوانتومی سه- فوتون بسیار بهتر از حتی یازده قیچی کوانتومی تک- فوتون است. البته با افزایش  $\alpha^2$  به دلیل افزایش سهم جملات با تعداد فوتون بیشتر این برتری تا حدودی کاهش می‌یابد. مثلاً بر اساس شکل (۴- ب) به ازای  $\alpha^2 = 0.3$ ، استفاده از مجموعه شش تایی قیچی کوانتومی تک- فوتون حالتی با دقت بالاتر نسبت به قیچی کوانتومی سه- فوتون ایجاد نمی‌کند. در این حالت، حتی اگر تعداد قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون به  $N = 8$  افزایش یابد، تنها در صورتی که  $g^2 > 3$  باشد، مجموعه قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون بهتر از یک قیچی کوانتومی سه- فوتون عمل می‌کند. مانستگی تنها معیار عملکرد سامانه نیست. از این رو، ضروری است که احتمال موفقیت سامانه نیز مورد بررسی قرار گیرد. این کمیت به ازای دو مقدار  $0.1$  و  $0.3$   $\alpha^2$ ، به ترتیب، در شکل‌های (۵- الف) و (۵- ب) رسم شده است. مقایسه این دو شکل نشان می‌دهد که، در محدوده مقادیر مورد بررسی، احتمال موفقیت حساسیت زیادی به دامنه حالت ورودی  $|\alpha|$  ندارد و با افزایش آن تغییر چشمگیری نمی‌کند. همچنین احتمال موفقیت قیچی کوانتومی سه- فوتون کمابیش قابل مقایسه با تقویت کننده مبتنی بر مجموعه قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون با  $N = 4$ ، و در مقادیر بالاتر  $g^2$ ، کمی بزرگ‌تر از آن است.



**شکل ۴** مقایسه مانستگی بین قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون با تعداد مختلف قیچی، به ازای تعداد متوسط فوتون ورودی (الف)  $\alpha^2 = 0.1$  و (ب)  $\alpha^2 = 0.3$ .



**شکل ۵** مقایسه احتمال موفقیت بین قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون با تعداد مختلف قیچی، به ازای تعداد متوسط فوتون ورودی (الف)  $\alpha^2 = 0.1$  و (ب)  $\alpha^2 = 0.3$ .

افزون بر این، این احتمال موفقیت همواره بزرگ‌تر از حالت  $N = 5$  و یا مقادیر  $N$  بالاتر از آن است. بررسی بالا نشان می‌دهد که اگر نیاز به تقویت کننده مبتنی بر قیچی‌های کوانتومی تک- فوتون در محدوده مقادیر  $N \geq 4$  باشد، قیچی کوانتومی سه- فوتون می‌تواند عملکرد بهتری به‌عنوان تقویت کننده داشته باشد.

### ۲-۳ مقایسه عملکرد قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی دو- فوتون

هدف این بخش مقایسه عملکرد قیچی کوانتومی سه- فوتون پیشنهاد شده با تقویت کننده خطی بدون نوفه بخش قبل، اما به ازای قیچی کوانتومی دو- فوتون منبع [۱۲]، به‌جای قیچی کوانتومی تک- فوتون، است. بدین منظور، از آنجایی که نتایج مقاله [۱۲] تنها برای یک قیچی کوانتومی دو- فوتون است، در ابتدا مشابه بخش قبل، مانستگی و احتمال موفقیت استفاده از  $N$  قیچی کوانتومی دو- فوتون در طرح‌واره مربوط به شکل (۳) بدست خواهد آمد. با توجه به حالت خروجی یک قیچی کوانتومی دو- فوتون (منبع [۱۲]) و با استفاده از روش مشابه منبع [۲]، به راحتی می‌توان نشان داد حالت خروجی تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای شامل  $N$  قیچی کوانتومی دو- فوتون به صورت



$$\begin{aligned}
 & |\alpha, g, N\rangle_2 \\
 &= \frac{e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\sqrt{P_{s2}}} \left( \frac{2}{9(1+g^2)^2} \right)^{\frac{N}{2}} \left( 1 + \frac{g\alpha}{N} a^\dagger + \frac{g^2\alpha^2}{2N^2} a^{\dagger 2} \right)^N |0\rangle \quad (25) \\
 &= \frac{e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\sqrt{P_{s2}}} \left( \frac{2}{9(1+g^2)^2} \right)^{\frac{N}{2}} \sum_{k=0}^{2N} \sqrt{k!} \left( \frac{g\alpha}{N} \right)^k \mathcal{W}_k^N |k\rangle
 \end{aligned}$$

است، که در آن

$$\mathcal{W}_k^N = \sum_j \frac{N!}{2^j j! (k-2j)! (N-k+j)!} \quad (26)$$

است. با محاسبه ضریب بهنجارش رابطه (۲۵)، احتمال موفقیت به صورت رابطه

$$P_{s2} = e^{-\alpha^2} \left( \frac{2}{9(1+g^2)^2} \right)^N \sum_{k=0}^{2N} k! \left( \frac{g\alpha}{N} \right)^{2k} (\mathcal{W}_k^N)^2 \quad (27)$$

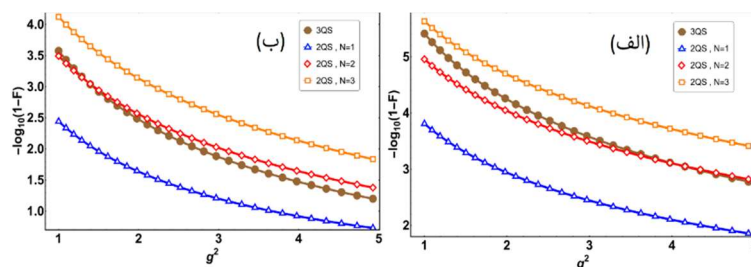
بدست می آید. افزون بر این، مانستگی بین حالت تقویت شده همدوس ایده آل و حالت  $|\alpha, g, N\rangle_2$

برابر

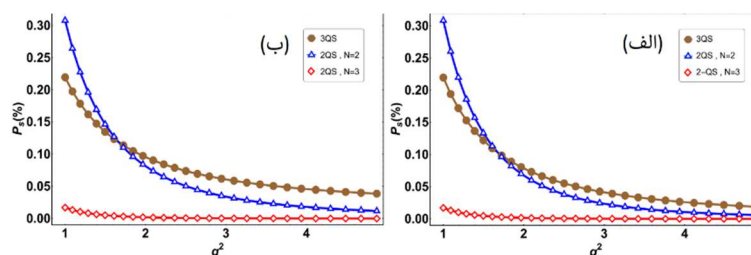
$$F_2 = |\langle g\alpha | \alpha, g, N \rangle_2|^2 = e^{-g^2\alpha^2} \frac{\left( \sum_{k=0}^{2N} k! \left( \frac{g^2\alpha^2}{N} \right)^k \mathcal{W}_k^N \right)^2}{\sum_{k=0}^{2N} k! \left( \frac{g\alpha}{N} \right)^{2k} (\mathcal{W}_k^N)^2} \quad (28)$$

خواهد شد.

اکنون می توان به مقایسه عملکرد تقویت کننده مبتنی بر  $N$  فیچی کوانتومی دو فوتون (روابط (۲۷) و (۲۸)) و فیچی کوانتومی سه-فوتون پیشنهادی (روابط (۱۸) و (۲۰)) پرداخت. شکل (۶-الف) و (۶-ب)، به ترتیب، مانستگی مربوط به این دو سامانه را به ازای دو مقدار متوسط تعداد فوتون حالت همدوس ورودی  $\alpha^2 = 0.1$  و  $\alpha^2 = 0.3$  نشان می دهد.



**شکل ۶** مقایسه مانستگی بین قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی دو- فوتون با تعداد مختلف قیچی، به ازای تعداد متوسط فوتون ورودی (الف)  $\alpha^2 = 0.1$  و (ب)  $\alpha^2 = 0.3$ .



**شکل ۷** مقایسه احتمال موفقیت بین قیچی کوانتومی سه- فوتون و تقویت کننده خطی مبتنی بر مجموعه‌ای از قیچی‌های کوانتومی دو- فوتون با تعداد مختلف قیچی، به ازای تعداد متوسط فوتون ورودی (الف)  $\alpha^2 = 0.1$  و (ب)  $\alpha^2 = 0.3$ .

همانطور که مشاهده می‌شود، مانستگی قیچی کوانتومی سه- فوتون بسیار بهتر از یک قیچی کوانتومی دو- فوتون و کمابیش مشابه استفاده از تقویت کننده مبتنی بر دو قیچی کوانتومی دو- فوتون است. افزون بر این، با توجه به این دو شکل، در مقادیر کوچک  $g\alpha$ ، قیچی کوانتومی سه- فوتون نسبت به دو قیچی کوانتومی دو- فوتون برتری دارد. اگرچه، در مقادیر بزرگ تر  $g\alpha$ ، دو قیچی کوانتومی دو- فوتون مانستگی بیشتری خواهد داشت. البته این امر حتماً به معنی عملکرد بهتر دو قیچی کوانتومی دو- فوتون نسبت به یک قیچی کوانتومی سه- فوتون، در مقادیر بالاتر  $g\alpha$  نیست. چرا که مشابه با آنچه در شکل (۷-الف) و (۷-ب) نشان داده شده است، احتمال موفقیت قیچی کوانتومی سه- فوتون نسبت به تقویت کننده خطی مبتنی بر دو قیچی کوانتومی دو- فوتون، در مقادیر بالاتر  $g\alpha$ ، بیشتر است. همچنین، با توجه به این شکل، در محدوده مقادیر مورد بررسی، احتمال موفقیت با تغییر دامنه حالت ورودی  $\alpha$  تغییر چشمگیری نمی‌کند. نکته دیگر اینکه، استفاده همزمان



از سه یا تعداد بیشتر قیچی کوانتومی دو- فوتون اگرچه مانستگی را به خوبی افزایش می دهد، اما سبب کاهش زیاد احتمال موفقیت می گردد.

### ۳. نتیجه گیری

در این مقاله، یک قیچی کوانتومی سه- فوتون و شرایط عملکرد آن به عنوان یک تقویت کننده خطی بدون نوفه مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه این قیچی کوانتومی سه- فوتون با تقویت کننده خطی بدون نوفه مبتنی بر استفاده از  $N$  قیچی کوانتومی تک- فوتون نشان داد که در محدوده مقادیر  $N \approx 4$ ، این قیچی کوانتومی تعمیم یافته دارای احتمال موفقیت مشابه اما مانستگی بیشتر است. بنابراین، در این شرایط، عملکرد به مراتب بهتری دارد. افزون بر این، با مقایسه نتایج مربوط به قیچی کوانتومی سه- فوتون پیشنهادی با قیچی کوانتومی دو- فوتون، مشاهده گردید که استفاده هم زمان از دو قیچی کوانتومی دو- فوتون نتایج کمابیش مشابهی با بکارگیری یک قیچی کوانتومی سه- فوتون دارد. از آنجایی که افزایش تعداد قیچی های کوانتومی سبب افزایش تعداد تجهیزات مورد نیاز می گردد، بررسی بالا نشان می دهد که در بسیاری از موارد، استفاده از یک تک قیچی کوانتومی سه- فوتون نسبت به استفاده از تقویت کننده مبتنی بر چند قیچی کوانتومی یک- فوتون یا دو- فوتون ترجیح داده می شود.

### ۴. تقدیر و تشکر

این مقاله تحت حمایت مرکز تحقیقات مهندسی کوانتوم و فناوری فوتونیک، دانشگاه صنعتی شریف تهران و دانشگاه شهید باهنر کرمان انجام شده است.

### منابع

- [1] Zavatta A., Fiurášek J., and Bellini M., "A high-fidelity noiseless amplifier for quantum light states", *Nat. Photonics*, 5, 52-56, 2011. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.260>
- [2] Ralph T. C. and Lund A., "Nondeterministic noiseless linear amplification of quantum systems", *AIP Conference Proceedings*, 1110, 155-160, 2009. <https://doi.org/10.1063/1.3131295>
- [3] Xiang G.-Y., Ralph T. C., Lund A. P., Walk N., and Pryde G. J., "Heralded noiseless linear amplification and distillation of entanglement", *Nat. Photonics*, 4, 316-319, 2010. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.35>





- [4] Blandino R., Leverrier A., Barbieri M., Etesse J., Grangier P., and Tualle-Brouiri R., "Improving the maximum transmission distance of continuous-variable quantum key distribution using a noiseless amplifier", *Phys. Rev. A*, 86, 012327, 2012. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.012327>
- [5] Ghalaii M., Ottaviani C., Kumar R., Pirandola S., and Razavi M., "Discrete-modulation continuous-variable quantum key distribution enhanced by quantum scissors", *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 38, 506, 2020. <https://doi.org/10.1109/JSA.2020.2969058>
- [6] Jafari Kh., Golshani M., and Bahrapour A.R., "Discrete-modulation measurement-device-independent continuous-variable quantum key distribution with a quantum scissor: exact non-Gaussian calculation", *Optics Express*, 30, 11400-11423, 2022. <https://doi.org/10.1364/OE.452654>
- [7] Dias J. and Ralph T. C., "Quantum error correction of continuous-variable states with realistic resources", *Phys. Rev. A*, 97, 032335, 2018. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.032335>
- [8] Seshadreesan K. P., Krovi H., and Guha S., "Continuous-variable quantum repeater based on quantum scissors and mode multiplexing", *Phys. Rev. Research*, 2, 013310, 2020. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.2.013310>
- [9] Ralph T. C., "Quantum error correction of continuous variable states against Gaussian noise", *Phys. Rev. A*, 84, 022339, 2011. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.84.022339>
- [10] Leonski W. and Kowalewska-Kudłasyk A., "Quantum scissors-finite-dimensional states engineering", *Progress in Optics*, 56, 131-185, 2011. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53886-4.00003-4>
- [11] Pegg D. T., Phillips L. S., and Barnett S. M., "Optical state truncation by projection synthesis", *Phys. Rev. Lett.*, 81, 1604, 1998. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1604>
- [12] Jeffers J., "Nondeterministic amplifier for two-photon superpositions", *Phys. Rev. A*, 82, 063828, 2010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.063828>
- [13] Gerry C. and Knight P. L., *Introductory quantum optics*, Cambridge university press, New York, 2005.
- [14] Koniarczyk M., Kurucz Z., Gábris A., and Janszky J., "General optical state truncation and its teleportation", *Phys. Rev. A*, 62, 013802, 2000. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.62.013802>
- [15] Villas-Boas C., Guimaraes Y., Moussa M., and Baseia B., "Recurrence formula for generalized optical state truncation by projection synthesis", *Phys. Rev. A*, 63, 055801, 2001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.63.055801>
- [16] Miranowicz A., "Optical-state truncation and teleportation of qudits by conditional eight-port interferometry", *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.*, 7, 142, 2005. <https://doi.org/10.1088/1464-4266/7/5/004>
- [17] Eisert J., "Optimizing linear optics quantum gates", *Phys. Rev. Lett.*, 95, 040502, 2005. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.040502>
- [18] Arfken G. B., Weber H. J., and Harris F. E., "Mathematical methods for physicists: a comprehensive guide", *Academic press*, 2011.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

