

Research Paper

Numerical Study of Electromagnetic Transitions in Proton Radiative Capture by $^{10}\text{B}^1$

Hassan Khalili^{*2} and Masoumeh Dalvand³

Received: 2023.04.04

Revised: 2023.06.02

Accepted: 2023.07.06

Abstract

Analyzing the electromagnetic transition strengths is one of the methods of studying the development of atomic nuclei the big-bang, and the fuel cycle of stars in nuclear astrophysics, nuclear synthesis and radiative capture. The study of nuclei with mass number $A=11$, for example, ^{11}B and ^{11}C , is significant which can be produced by radiative capture of protons by ^{10}B the dependence of the reduced transition probability related to electric quadrupole $B[E2]$ and magnetic dipole $B[M1]$ that occurs in proton radiative capture by ^{10}B nucleus has been investigated. It depends on the excitation energy and spin-parity of the states for the occurrence of E2 and M1 transitions. The theoretical framework of the calculations based On the Woods-Saxon potential model and double folding M3Y has been used to create the ground and excited states of ^{11}C . The results obtained based on each of the mentioned potential models are in good agreement. It was found that $B(E2)$ increases with the increase of excited energy regardless of the spin of excited states. At the same time, $B(M1)$ is very sensitive to the spin of excited states, and also $(3/2)$ -excited states are independent of the energy.

Keywords: *Reduced transition probability, Woods-saxon Potential, Double-folding Potential, Electromagnetic Transition.*

¹ DOI: 10.22051/ijap.2023.43665.1322

² Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Arak University, Arak, Iran (Corresponding author) Email: h-khalilir@araku.ac.ir).

³ M. Sc. Graduated, Department of Physics, Faculty of Science, Arak University, Arak, Iran. Email: mass.dalvand@gmail.com

<https://jap.alzahra.ac.ir>



مطالعه عددی گذارهای الکترومغناطیسی در گیراندازی تابشی پروتونی $^{10}\text{B}^1$

حسن خلیلی* و معصومه دالوند^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۱/۱۵
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۳/۱۲
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۱۵

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران
دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا
سال سیزدهم، پیاپی ۳۵، زمستان ۱۴۰۲
صص ۲۰ - ۳۳

چکیده:

تجزیه و تحلیل قدرت گذارهای الکترومغناطیسی یکی از روش‌های مطالعه توسعه هسته‌های اتمی انفجار بزرگ و چرخه سوخت ستارگان در اخترفیزیک هسته‌ای، سنتز هسته‌ای و گیراندازی پرتوی هسته‌ها است. از این رو مطالعه هسته‌هایی با عدد جرمی (A) ۱۱، چون ^{11}C و ^{11}B ، از اهمیت بالایی برخوردار بوده که با گیراندازی تابشی پروتون در ^{10}B تولید می‌شوند. در این پژوهش، وابستگی احتمال گذار کاهش یافته مربوط به چهار قطبی الکتریکی $[B(E2)]$ و دوقطبی مغناطیسی $[B(M1)]$ که در گیراندازی تابشی پروتون به کمک هسته ^{10}B رخ می‌دهد، بررسی شده است که به انرژی برانگیختگی و اسپین - پارته حالات درگیر برای رخ دادن گذارهای $E2$ و $M1$ بستگی دارد. چارچوب نظری محاسبات براساس الگوی پتانسیل وودز-ساکسون $M3Y$ برای ایجاد حالت‌های پایه و برانگیخته ^{11}C استفاده شده است. نتایج بدست آمده براساس هریک از الگوهای پتانسیل‌های یاد شده، همخوانی مطلوبی دارند. مشخص شد که $B(E2)$ با افزایش انرژی تحریک شده بدون توجه به اسپین حالت‌های برانگیخته افزایش می‌یابد. در حالی که $B(M1)$ به اسپین حالت‌های برانگیخته بسیار حساس بوده و در حالت‌های $(3/2)$ جدا از انرژی تحریک شده هستند.

واژگان کلیدی: احتمال گذار کاهش یافته، پتانسیل وودز-ساکسون، پتانسیل دبل فولدینگ $M3Y$ ، گذار الکترومغناطیس.

¹ DOI: 10.22051/ijap.2023.43665.1322

^۲ استادیار، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه اراک، اراک، ایران (نویسنده مسئول) Email: h-khalilir@araku.ac.i

^۳ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه اراک، اراک، ایران. Email: mass.dalvand@gmail.com



۱. مقدمه

اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل قدرت گذار الکترومغناطیسی هسته‌های اتمی نقشی مهمی در گسترش فیزیک هسته‌ای داشته است [۱]. به ویژه، غالب‌ترین احتمالات گذار کاهش یافته، یعنی $B(E1)$ ، $B(E2)$ و $B(M1)$ ، شاهد بسیار قابل اعتمادی برای درک ویژگی‌های حالت‌های برانگیخته هسته‌ای و ویژگی‌های جمعی ساختار هسته‌ای هستند [۲-۴]. دانش دقیق احتمال گذار کاهش یافته برای درک الگوهای مختلف هسته‌ای و بسیاری از پدیده‌های اخترفیزیکی ضروری است [۵ و ۶]. به عنوان نمونه، مطالعه دقیق نرخ واکنش‌های مختلف گرما هسته‌ای برای درک سوختن هیدروژن (تبدیل چهار پروتون به یک ذره α) در داخل ستارگان و سنتز هسته در محیط‌های ستاره‌ای مختلف، اهمیت بسیاری دارد. نرخ واکنش‌های گرما هسته‌ای به نوبه خود به مقادیر دقیق قدرت گذار نیاز دارد. در حقیقت، افزون بر زنجیره‌های pp ، برخی از چرخه‌های واکنش دیگر، مانند چرخه‌های مختلف CNO، نقش عمده‌ای در سوختن هیدروژن دارند [۷ و ۸]. بسته به دما و ترکیب شیمیایی پلاسمای ستاره‌ای، چرخه‌های مختلف CNO می‌تواند شامل ایزوتوپ‌های مختلف کربن، نیتروژن و فلئوئور شود. گیراندازی تابشی پروتون در ^{10}B برای هسته‌های با جرم ۱۱ مانند ^{11}C و ^{11}B (به کمک واپاشی β^+) مهم است. همچنین ^7Li و ^7Be با جذب تابشی واکنش $^{10}\text{B}(p,\gamma)^{11}\text{C}$ ایجاد می‌شوند. این واکنش بخشی از چرخه‌های کربن-نیتروژن-اکسیژن (CNO) می‌باشد که در حالت‌های ستاره‌ای مختلف چون غول سرخ، ستارگان غول پیکر مجانبی و نواخترهای کلاسیک فعال می‌شوند. از این رو، فراوانی ^{11}C به سرعت واکنش $^{10}\text{B}(p,\gamma)^{11}\text{C}$ بسیار وابسته است. از آنجایی که در این واکنش گسیل γ رخ می‌دهد، بررسی قدرت گذار الکترومغناطیسی برای درک این واکنش مهم و ضروری می‌باشد. از این رو، در این کار، قدرت گذار از حالت‌های برانگیخته ^{11}C که به انرژی و اسپین حالت‌های برانگیخته وابسته می‌باشد، با استفاده از الگوی خوشه‌ای $p+^{10}\text{B}$ بررسی شده است. همانطور که می‌دانیم ساختار خوشه‌ای در هسته‌های سبک به سه دلیل اتفاق می‌افتد که عبارتند از: (۱) مولکول‌های هسته‌ای (۲) هسته‌هایی با ساختار مغز و خوشه (۳) هسته‌های آلفا-زوج. در این الگو، هر خوشه با چاه پتانسیل مربوط به خودش بررسی می‌شود که در اینجا، برای بررسی احتمال گذار کاهش یافته از الگوی هسته‌ای دو ذره‌ای شامل مغز (^{10}B) و خوشه (p) استفاده شده است. افزون بر این، الگوی دابل فولدینگ $^1\text{M3Y}$ و پتانسیل وودز-ساکسون برای

¹ double-folding

ایجاد حالت‌های پایه و برانگیخته ^{11}C استفاده می‌شود [۹]. در سال ۲۰۱۸، با پتانسیل M3Y احتمال گذار برای واکنش $^{17}\text{O}(p,g)^{18}\text{F}$ مورد بررسی قرار گرفته است [۱۰]. در این مقاله پس از مقدمه‌ای کوتاه در مورد اهمیت واکنش و بیان برخی محاسبات انجام شده، ابتدا به صورت مختصر در مورد روابط و چارچوب محاسبات و فرمولبندی مربوط به احتمال گذار کاهش یافته مطالبی بیان شده است. سپس در قسمت سوم به نتایج محاسبات و مقایسه آن‌ها می‌پردازیم.

۲. روش محاسبات

برای پتانسیل کروی متقارن، تابع موج حالت پایه دستگاهی مانند c شامل دو خوشه a و b را می‌توان به بخش‌های اسپینی-زاویه‌ای و شعاعی تقسیم کرد.

$$\psi_{JM}(r) = \frac{u_{lj}^J(r)}{r} Y_{JM}^l \quad (1)$$

تابع موج اسپینی-زاویه‌ای بر حسب هارمونیک‌های کروی و تابع موج اسپینور بیان می‌گردد. در حالی که تابع موج شعاعی حالت پایه دستگاه (a + b) با حل معادله شعاعی شرودینگر زیر بدست می‌آید.

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{ab}} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_{lj}^J(r) + V(r)u_{lj}^J(r) = E_i u_{lj}^J(r) \quad (2)$$

در حالی که، شرایط مرزی تابع موج $u_{lj}^J(r=0) = u_{lj}^J(r=\infty) = 0$ بوده و پتانسیل $V(r)$ برابر است با:

$$V(r) = V_0(r) + V_c(r) + \langle \vec{s} \cdot \vec{l} \rangle V_s(r), \quad (3)$$

در این رابطه $V_0(r)$ ، $V_c(r)$ و $\langle \vec{s} \cdot \vec{l} \rangle V_s(r)$ به ترتیب بیانگر پتانسیل مرکزی، پتانسیل کولنی و پتانسیل اسپین-مدار می‌باشند.



پتانسیل کولنی را می‌توان به راحتی به عنوان پتانسیل بدست آمده از توزیع یکنواخت بارهای الکتریکی در نظر گرفت.

$$V_c(r) = \frac{Z_a Z_b e^2}{r} \quad r > R_c$$

$$V_c(r) = \frac{Z_a Z_b e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r}{R_c} \right) \quad r < R_c$$

(۴)

در حالی که، Z_a و Z_b به ترتیب بیانگر تعداد بارهای ذرات a و b می‌باشند. همچنین، R_c شعاع کولنی است که اغلب به عنوان مجموع شعاع هسته‌هایی که برهمکنش دارند، در نظر گرفته می‌شود. برای دستگاه $^{10}\text{B}p^+$ شعاع کولنی عبارت است از $1.2 \times 10^{1/3} + 0.7 = 2.58 \text{ fm}$. الگوی پتانسیل وودز-ساکسون^۱ برای پتانسیل مرکزی و اسپین-مدار استفاده شده است که شکل ساده آن‌ها به صورت زیر می‌باشد [۹]:

$$V_0(r) = V_0 f_0(r) \quad (۵)$$

$$V_s(r) = -V_{so} \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f_0(r) \quad (۶)$$

$$f_0(r) = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{(r - R_0)}{a_0} \right]} \quad (۷)$$

پارامترهای استفاده شده در معادلات بالا براساس انرژی حالت مقید تنظیم می‌شوند. در این مطالعه از پتانسیل جایگزین دیگری بنام M3Y که در بررسی سطح مقطع جذب تابشی برخی واکنش‌ها نتایج نسبتاً مطلوبی در انرژی‌های کم و متوسط داشته است، استفاده شده است. به دلیل پیچیده بودن برهمکنش‌های نوکلئون-نوکلئون در هسته‌ها می‌توان برای بدست آوردن ویژگی‌های هسته‌ها برهمکنش‌های پیچیده‌ی درون هسته را تعدیل نمود و گاهی نیز مناسب است از برهمکنش‌های موثر پدیده شناختی استفاده شود [۱۱]. یکی از برهمکنش‌های موثر شناخته شده پتانسیل سه جمله‌ای یوکاوا (M3Y) است. قسمت شعاعی برهمکنش M3Y از راه برازش عناصر

¹ Woods-Saxon potential

ماتریسی آن در پایه‌های نوسانگر هماهنگ ماتریس G از راه برهمکنش پدیده شناختی نوکلئون- نوکلئون راید- الویت^۱، با مغزی نرم بدست آمده است [۱۲]. در این بخش به صورت خلاصه در مورد این پتانسیل توضیح داده می‌شود. در ساده‌ترین شکل، برهمکنش $M3Y$ با دو عبارت مستقیم با بردهای مختلف، و یک جمله تبدیلی که با برهمکنش دلتا نشان داده می‌شود، ارائه می‌شود [۱۲] و [۱۳]:

$$t = A \frac{e^{-\beta_1 s}}{\beta_1 s} + B \frac{e^{-\beta_2 s}}{\beta_2 s} + C \delta(s) \quad (۸)$$

که در آن، پارامترها برابر با $A=7999 \text{ MeV}$ ، $B=-2134 \text{ MeV}$ ، $C=-276 \text{ MeV fm}^3$ ، $\beta_1=4 \text{ fm}^{-1}$ و $\beta_2=2.5 \text{ fm}^{-1}$ می‌باشند [۱۲ و ۱۳]. بخش مرکزی پتانسیل با چگالی حالت پایه، ρ_a و ρ_b هسته‌های a و b بدست می‌آید:

$$V_0^{M3Y}(r) = \lambda_0 V^{M3Y}(r) = \lambda_0 \int d^3 r_1 d^3 r_2 \rho_a(r_1) \rho_b(r_2) t(s) \quad (۹)$$

در حالی که، $s = |\mathbf{r} + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ و همچنین، λ_0 عامل بهنجاری است که به انرژی بستگی حالت‌ها، که با حل معادله شرودینگر شعاعی بدست می‌آیند، بستگی دارد. چگالی هر دو خوشه a و b گاوسی با پارامترهای شعاع 0.7 fm برای پروتون و $2.05 \text{ fm} = (1/2 \times 10^{1/3}) \text{ fm}$ برای ^{10}B فرض شده است. قسمت اسپین مدار پتانسیل بر حسب مشتق فضایی پتانسیل در نظر گرفته می‌شود:

$$V_S^{M3Y}(r) = -\lambda_{S0} \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V_0^{M3Y}(r). \quad (۱۰)$$

اکنون می‌توان احتمال گذار کاهش یافته را با رابطه زیر بدست آورد [۹]:

$$B(\pi\lambda : l_0 j_0 J_0 \rightarrow \lambda j J) = (2J+1) \left\{ \begin{matrix} j_f & J_f & I_a \\ J_i & j_i & \lambda \end{matrix} \right\}^2 \left| \langle l_j \| \hat{O}_{\pi\lambda} \| l_0 j_0 \rangle \right|^2, \quad (۱۱)$$

در این رابطه به جای π ، E (مربوط به گذار الکتریکی) و M (مربوط به گذار مغناطیسی) قرار می‌گیرد. همچنین λ نمایش چند قطبی تابش الکترومغناطیسی است. عملگرهای گذار الکتریکی و مغناطیسی به شرح زیر می‌باشند. در تقریب طول موج‌های بلند عملگر چند قطبی الکتریکی مرتبه λ با رابطه زیر محاسبه می‌شود [۵]:

¹ Reid-Elliott



$$\hat{O}(E\lambda) = e_{eff,\lambda} r^\lambda y_{\lambda\mu}(\hat{r}),$$

$$e_{eff,\lambda} = Z_b e \left(-\frac{m_a}{m_c} \right)^\lambda + Z_a e \left(\frac{m_b}{m_c} \right)^\lambda, \quad (12)$$

که در آن، $e_{eff,\lambda}$ بار موثر می‌باشد که از روابط زیر پیروی می‌کند. در هسته‌هایی که از تعداد مشابه‌ای نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده‌اند، گذار E1 بین حالت‌های ایزواسپین صفر صورت نمی‌گیرد [۱۴]. اگر نسبت جرم‌ها با نسبت اعداد جرمی Aa و Ab جایگزین شود، بار موثر ناپدید می‌شود. همچنین، سهم باقی‌مانده ناشی از نابرابری ایزواسپین را می‌توان با بار موثر و گنجاندن جرم‌های مناسب همراه با ضریب عادی سازی SF در نظر گرفت. افزون بر این، در تقریب طول موج بلند، احتمال انتشار چند قطبی λ به سرعت با افزایش λ کاهش می‌یابد و برای همان مرتبه چند قطبی λ ، شدت تابش مغناطیسی بسیار کمتر از تابش الکتریکی است، در این شرایط کافی است که گذار دو قطبی مغناطیسی را تنها در نظر بگیریم [۵].

$$\hat{O}(M\lambda) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \mu N \left[e_{eff,M} l_\mu + \sum_{i=a,b} g_i (S_i)_\mu \right],$$

$$e_{eff,M} = \left(\frac{m_a^2 Z_a}{m_c^2} + \frac{m_b^2 Z_b}{m_c^2} \right). \quad (13)$$

که در آن، μN مگنتون هسته‌ای، g_i نسبت‌های ژيرو مغناطیسی، l_μ و S_μ به ترتیب مولفه‌های کروی از مرتبه μ تکانه زاویه‌ای مداري و اسپینی هستند. عنصر ماتریس برای گذار $JM \rightarrow J_0 M_0$ ، به صورت زیر بیان می‌شود [۱۳]:

$$\langle JM | O_{E\lambda\mu} | J_0 M_0 \rangle = \langle J_0 M_0 \lambda \mu | JM \rangle \frac{\langle J || O_{E\lambda} || J_0 \rangle}{\sqrt{2J+1}} \quad (14)$$

عناصر ماتریس کاهش یافته $\langle J || O_{E\lambda} || J_0 \rangle$ عبارت است از [۱۴]:

$$\langle J || O_{E\lambda} || J_0 \rangle = (-1)^{j+I_a+J_0+\lambda} [(2J+1)(2J_0+1)]^{1/2} \left\{ \begin{matrix} j & J & I_a \\ J_0 & j_0 & \lambda \end{matrix} \right\} \langle j || O_{E\lambda} || I_0 j_0 \rangle. \quad (15)$$

اکنون با استفاده از قضیه ویگنر-اکارت، عناصر ماتریسی این عملگرها را می توان بر حسب عناصر ماتریس کاهش یافته بیان کرد که به آسانی با استفاده از فرمول های استاندارد جبر تکانه زاویه ای قابل محاسبه می باشند [۱۶ و ۱۷]:

$$\langle l_j \| \hat{O}(E\lambda) \| l_0 j_0 \rangle_J = \frac{e_\lambda}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{l_0+l+j_0-j} \frac{\hat{\lambda} \hat{j}_0}{\hat{j}} \left\langle j_0 \frac{1}{2} \lambda_0 \left| j \frac{1}{2} \right. \right\rangle \times \int_0^\infty dr r^\lambda u_{l_j}^{\prime}(r) u_{l_0 j_0}^{\prime}(r), \quad (16)$$

لازم به یادآوری است که رابطه بالا به ازای مقدار $l+j+\lambda$ فرد، صفر می شود و برای گذار مغناطیسی داریم [۱۶ و ۱۷]:

$$\langle l_j j_j \| \hat{O}(M\lambda) \| l_i j_i \rangle = (-1)^{j+l_i+j_0+1} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \hat{J} J_0 \times \left\{ \begin{matrix} j & J & I_a \\ J_0 & j_0 & 1 \end{matrix} \right\} \mu_N \times \left\{ \begin{matrix} b \frac{1}{\hat{l}_0} e_M \left[\frac{2\hat{j}_0}{\hat{l}_0} (l_0 \delta_{j_0, l_0+1/2} + (l_i+1) \delta_{j_0, l_0-1/2}) + \right. \\ \left. (-1)^{l_0+1/2-j} \frac{\hat{j}_i}{\sqrt{2}} \delta_{j_0, l_0+1/2} \cdot \delta_{j_0, l_0+1/2} \right] + g_N \frac{1}{\hat{j}_i^2} \left[(-1)^{l_0+1/2-j_0} \hat{j}_i \delta_{j_i, j_0} - (-1)^{l_0+1/2-j} \frac{\hat{j}_i}{\sqrt{2}} \delta_{j_0, l_0+1/2} \cdot \delta_{j_0, l_0+1/2} \right] \\ \left. + g_a (-1)^{l_0+j_0+J+1} \hat{J} \hat{J}_0 \hat{I}_a \left\{ \begin{matrix} I_a & J & j_0 \\ J_0 & I_a & 1 \end{matrix} \right\} \right\} (r) u_{l_0 j_0}^{\prime}(r), \quad (17)$$

در این رابطه، ضریب اسپین g برای پروتون برابر $g_N = 5.586$ و برای نوترون برابر $g_N = -3.826$ بوده و گشتاور مغناطیسی هسته با $\mu_a = g_a \mu_N$ نشان داده می شود. همچنین، اگر l مخالف l_0 باشد، عنصر ماتریس دو قطبی مغناطیسی صفر است.

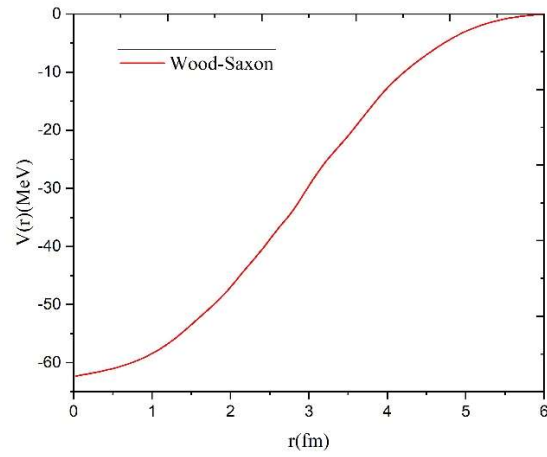
اجزای اصلی مورد نیاز در محاسبه قدرت های گذار، انتگرال های شعاعی هستند و برای محاسبه آن ها، داشتن توابع موج شعاعی ضروری است. توابع موج شعاعی حالت برانگیخته و پایه با حل معادله شرودینگر مربوطه برای پتانسیل، که پیش از این بحث شد، بدست می آیند. در اینجا لازم به یادآوری است که تمامی محاسبات با استفاده از کد RADCAP انجام شده است [۹]. این کد براساس زبان برنامه نویسی فرترن نوشته شده و معادله شرودینگر شعاعی را برای حالت های مقید و پیوسته حل می نماید. ابتدا ویژه مقدار انرژی با استفاده از روش WKB محاسبه می شود. سپس از انتگرال گیری Numerov استفاده می شود و با مقایسه آن در سطح هسته برای بدست آوردن انرژی و تابع موج حالت مقید با دقت خوب انجام می شود. حالت های پیوسته توسط انتگرال رانگ- کوتا



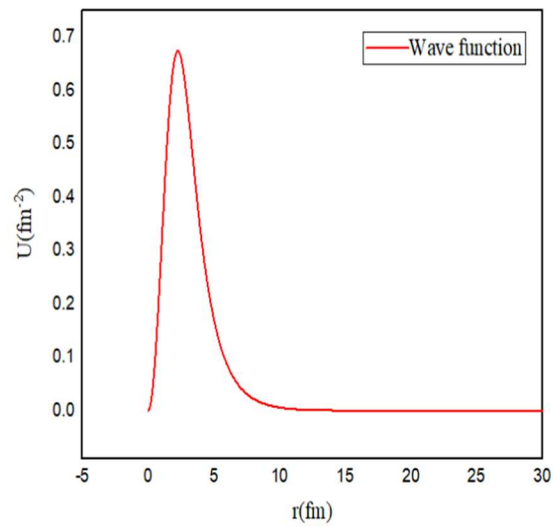
بدست می آیند که با توابع موج کولنی در فواصل بلند خارج از محدوده پتانسیل هسته ای هماهنگی دارد.

۳. بحث و نتیجه گیری

در این پژوهش از دو پتانسیل وودز- ساکسون و $M3Y$ برای حل معادله شرودینگر و محاسبه تابع موج و انرژی حالت مقید و حالت های برانگیخته واکنش $^{10}B(p,\gamma)^{11}C$ استفاده نموده ایم. دلیل استفاده از دو پتانسیل این است که داده های تجربی و نظری وجود ندارد و ما توانستیم داده های بدست آمده را با مقایسه نتایج پتانسیل های مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. انرژی بستگی هریک از حالت های واکنش $^{10}B+p(^{11}C)$ را می توان با تغییر پارامترهای وودز- ساکسون و $M3Y$ محاسبه نمود. اسپین- پاریته حالت پایه ^{11}C برابر $J^\pi = (3/2)^-$ و انرژی بستگی پروتون 8.68 مگاواولت است که برای بازتولید آن پارامترهای پتانسیل وودز- ساکسون مطابق جدول (۱) تنظیم و نمودار آن در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین، تابع موج شعاعی بدست آمده براساس پارامترهای پتانسیل جدول (۱) برای حالت پایه ^{11}C در شکل (۲) نمایش داده می شود. حالات برانگیخته به همراه انرژی برانگیختگی و اسپین- پاریته آن ها برای ^{11}C که برای گذارهای $M1$ و $E2$ براساس قوانین انتخاب تعیین شده اند، در جدول (۲) آمده است. انرژی حالت های مختلف از منبع [۱۷] گرفته شده است. در این جدول پارامترهای وودز- ساکسون براساس بازتولید انرژی بستگی حالت ها مندرج در جدول (۱) تنظیم شده اند. چون برای گذار $E1$ مقدار $\lambda + j + I$ فرد می شود، این گذار صفر می شود. لیست قدرت گذار کاهش یافته مربوط به $B(M1)$ و $B(E2)$ از حالت های برانگیخته به حالت پایه در جدول (۲) مربوط به پتانسیل های وودز- ساکسون و $M3Y$ آمده است. همانطور که ملاحظه می شود، داده های احتمال گذارهای کاهش یافته الکترومغناطیسی برای هر دو پتانسیل همخوانی مطلوبی دارند و می تواند تاییدی برای نتایج این پژوهش باشد.



شکل ۱ نمودار پتانسیل حالت پایه.



شکل ۲ تابع موج شعاعی حالت پایه $u_{1,3/2}^{3/2}(r)$.



جدول ۱ پارامترهای پتانسیل وودز- ساکسون برای حالت پایه و حالت های برانگیخته واکنش $^{11}\text{C}(p,\gamma)^{10}\text{B}$.

انرژی بستگی	V0	R0	a ₀ =a _s	Vso	Rso	Rc
۸/۶۸	-۵۷/۰۰۷	۲/۷۳۶	۰/۴۰۴۱۷۴	۲۱/۱۸۴	۲/۵۸۴۰	۲/۷۳۶
۶/۶۸	-۵۹/۹۸۷۱	۲/۶۶۷۵	۰/۴۰۴۱۷۴	۳۲/۶۵۳	۲/۵۰۴۲	۲/۶۶۷۵
۴/۳۷	-۵۷/۹۲۷۱	۲/۶۲۹۵۹	۰/۵۰۴۱۷۴	۳۲/۶۵۳	۲/۵۰۴۲	۲/۶۲۹۵۹
۳/۸۸	-۵۷/۰۰۷۱	۲/۶۲۹۵۹	۰/۵۰۴۱۷۴	۳۲/۶۵۳	۲/۵۰۴۲	۲/۶۲۹۵۹
۲/۳۱	-۵۵/۰۰۷۱	۲/۵۹۷۰۹	۰/۵۰۴۱۷۴	۳۲/۶۵۳	۲/۵۰۴۲	۲/۵۹۷۰۹
۱/۷۸	-۵۴/۲۴۷۱	۲/۵۸۷۰۹	۰/۵۰۴۱۷۴	۳۲/۶۵۳	۲/۵۰۴۲	۲/۵۸۷۰۹

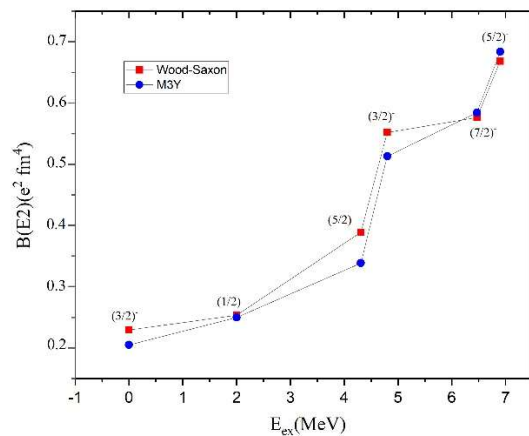
جدول ۲ مقادیر انرژی تحریکی، انرژی بستگی، اسپین پارینه هسته ^{11}C و مقادیر B(E2) و B(M1) بین حالت های برانگیخته و حالت پایه نشان داده شده است (واحد انرژی ها بر حسب MeV می باشد).

انرژی تحریکی (MeV)	انرژی اسپین پارینه (MeV)	انرژی بستگی (MeV)	B(E2) (e ² fm ⁴) Wood-Saxon	B(E2) (e ² fm ⁴) M3Y	B(M1) (e2 fm ²)×10 ⁻² Wood-Saxon	B(M1) (e2 fm ²)×10 ⁻² M3Y
۰	(۳/۲) ⁻	۸/۶۸	۰,۲۲۹۲	۰,۲۰۴۸	۰,۲۱۴۲	۰,۲۲۶۲
۲	(۱/۲) ⁻	۶,۶۸	۰,۲۵۳۱	۰,۲۴۹۵	۰,۲۲۲۱	۰,۲۳۰۳
۴/۳۱	(۵/۲) ⁻	۴,۳۷	۰,۳۸۹۰	۰,۳۳۸۵	۰,۴۵۱۸	۰,۴۲۶۱
۴/۸۰	(۳/۲) ⁻	۳,۸۸	۰,۵۵۱۸	۰,۵۱۲۸	۰,۲۵۱۹	۰,۲۲۹۷
۶/۴۷	(۷/۲) ⁻	۲,۳۱	۰,۵۷۶۳	۰,۵۸۴۳	۰,۷۰۲۲	۰,۷۰۸۰
۹/۷۸	(۵/۲) ⁻	۱,۱۰	۰,۶۶۸۳	۰,۶۸۳۹	۰,۴۴۱۰	۰,۴۴۴۰

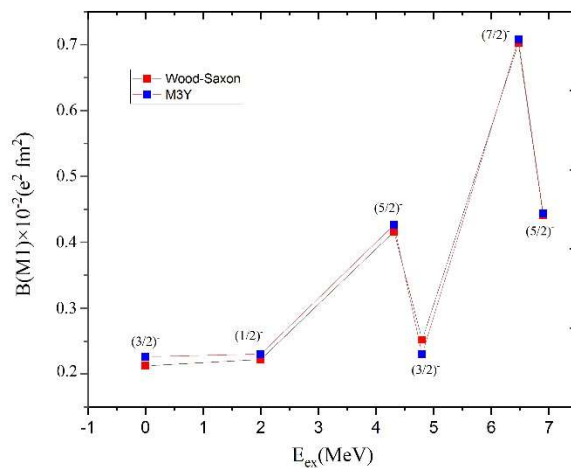
تغییرات احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی [B(E2)] در شکل (۳) رسم شده است. بر اساس شکل (۳) روشن است که با افزایش انرژی برانگیختگی قدرت گذار نیز افزایش می یابد. ممکن است به دلیل کوتاه تر شدن عمر متوسط حالت های برانگیخته با افزایش انرژی تحریکی باشد که در ارتباط با رابطه عدم قطعیت می باشد. به همین خاطر قدرت واپاشی ترازهای بالاتر به ترازهای پایین تر بیشتر از واپاشی لایه های زیرین است. افزون بر آن، از این داده ها عدم وابستگی قدرت گذار به اسپین- پارینه حالت ها را می توان برداشت کرد. لازم به یادآوری است که انواع گذارهای الکتریکی با

چند قطبی های فرد مشاهده نمی شوند. بنابراین سهم گذارهای الکتریکی دیگر به جز گذار چهار قطبی الکتریکی بسیار ناچیز است، چرا که احتمال گذار با افزایش قطبیدگی به شدت کم می گردد. در شکل (۴) تغییرات قدرت گذار دوقطبی مغناطیسی بر حسب انرژی حالت های برانگیخته نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می شود مقادیر بدست آمده با پتانسیل های وودز-ساکسون و $M3Y$ با یکدیگر هماهنگی خوبی دارند. همچنین احتمال گذار با افزایش انرژی برانگیختگی به صورت نوسانی افزایش می یابد که ممکن است دلیل افزایش آن کوتاهی عمر متوسط حالت های برانگیخته باشد. بیشترین احتمال گذار دوقطبی مغناطیسی $[B(M1)=0.7022 \times 10^{-2} \text{ e}^2 \text{ fm}^2]$ مربوط به حالت $J^\pi=(7/2)^-$ است. مقادیر $B(M1)$ برای حالت $(3/2)^-$ برابر $0.2124 \times 10^{-2} \text{ e}^2 \text{ fm}^2$ و برای حالت $(5/2)^-$ برابر $0.4518 \times 10^{-2} \text{ e}^2 \text{ fm}^2$ و برای $(5/2)^+$ برابر $0.4410 \times 10^{-2} \text{ e}^2 \text{ fm}^2$ می باشد. مقادیر $B(M1)$ برای حالت $(3/2)^-$ و $(1/2)^-$ و همچنین برای حالت های $(5/2)^+$ و $(5/2)^-$ کمابیش یکسان است و با افزایش انرژی برانگیختگی تغییر زیادی ندارند. در نتیجه احتمال گذار و اسپین-پارته در این حالت ها جدا از انرژی برانگیختگی بدست آمده اند. از این رو، براساس قاعده انتخاب، گذارهای $(1/2)^-$ و $(3/2)^-$ به حالت پایه $(3/2)^-$ قادر به واپاشی دوقطبی مغناطیسی می باشند و از باقی گذارها چشم پوشی می شود. افزون بر این، گذار دوقطبی الکتریکی برای این دستگاه قابل صرف نظر کردن است. در نتیجه، دوقطبی مغناطیسی تنها گذار ممکن در این مورد است که منجر به مقدار زیادی $B(M1)$ می شود. افزون بر گذارهای دوقطبی مغناطیسی از حالت های $(1/2)^-$ و $(3/2)^-$ به حالت پایه ممکن است گذار چهار قطبی نیز رخ دهد. همانطور که در جدول (۲) ملاحظه می شود، گسیل چهار قطبی الکتریکی با ضریب 10^2 محتمل تر از گسیل دوقطبی مغناطیسی از همان مرتبه است.





شکل ۳ نمودار تغییرات قدرت گذار چهار قطبی الکتریکی [B(E2)] بر حسب انرژی‌های برانگیخته حالت‌های تحریک شده.



شکل ۴ نمودار تغییرات قدرت گذار دو قطبی مغناطیسی [B(M1)] بر حسب انرژی‌های برانگیخته حالت‌های تحریک شده.

۴. نتیجه گیری

به صورت خلاصه، تغییر مقادیر $B(E2)$ و $B(M1)$ با توجه به انرژی برانگیختگی و اسپین حالت‌های برانگیخته هسته ^{11}C در چارچوب الگوی مبتنی بر برهمکنش نوکلئون-نوکلئون پتانسیل وودز-ساکسون و پتانسیل میکروسکپی $M3Y$ با استفاده از الگوی خوشه‌ای $^{10}\text{B}+p$ مورد مطالعه قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که مقادیر $B(E2)$ به شدت به انرژی تحریک بستگی دارد. در حالی که، مقادیر $B(M1)$ به اسپین حالت‌های برانگیخته درگیر در گذار حساس‌تر هستند. از این رو، از اندازه‌گیری $B(E2)$ برای تعیین انرژی برانگیختگی حالت‌های برانگیخته و از اندازه‌گیری $B(M1)$ برای تعیین اسپین حالت برانگیخته ممکن است استفاده شود. همچنین نتایج بدست آمده در این پژوهش با دو چارچوب نظری مختلف یعنی پتانسیل وودز-ساکسون و پتانسیل $M3Y$ همخوانی مطلوبی مشاهده گردید.

۵. تقدیر و تشکر

از کلیه همکارانی که در این مقاله ما را یاری رساندن تقدیر و تشکر می‌نمایم.

منابع

- [1] Alder K., Bohr A., Huus T., Mottelson T., and Winther A., Study of nuclear structure by electromagnetic excitation with accelerated ions, *Reviews of modern physics*, **28**, 432-542, 1956. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.28.432>
- [2] Radford D.C., Baktash C., Beene J.R., Fuentes B., Galindo-Uribarri A., Gross C.J., Hausladen P.A. et al., *Coulomb Excitation of Radioactive ^{132}Te , ^{134}Te , ^{136}Te Beams and the Low $B(E2)$ of ^{136}Te* , *Physical review letters*, **88**, 222501-222505, 2002, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.222501>
- [3] Padilla-Rodal E., Galindo-Uribarri A., Baktash C., Batchelder J. C., Beene J. R., Bijker R., Brown B.A et al. *B(E2) measurements for radioactive neutron-rich Ge isotopes: Reaching the N= 50 closed shell.*, *Physical review letters*, **94**(12), 122501-122505, 2005. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.122501>
- [4] Allmond -James M., Brown B. A., Andrew E., Stuchbery A., Galindo-Uribarri E., Padilla-Rodal D.C., Radford J. C., Batchelder et al., High-precision $B(E2)$ measurements of semi-magic Ni 58, 60, 62, 64 by Coulomb excitation, *Physical Review C*, **90**(3), 034309-034315, 2014. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.034309>
- [5] Bolsterli M., *A New Exposition of Nuclear Physics: Nuclear Structure. Vol. 1. Single-Particle Motion.* Aage Bohr and Ben R. Mottelson. Benjamin, New York, 1969 <https://doi.org/10.1126/science.166.3904.489.a>



- [6] Bertulani C.A., and Baur G., Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions, *Nuclear Physics A* ,**458**, 725-744, 1986. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(86\)90197-1](https://doi.org/10.1016/0375-9474(86)90197-1)
- [7] Adelberger-Eric G.,García A., Hamish-Robertson R.G ., Snover K.A ., Balantekin A.B., Heeger K., Ramsey-Musolf M. J et al., Solar fusion cross sections. II. The p p chain and CNO cycles, *Reviews of Modern Physics*, **83**, 195-245, 2011. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.195>
- [8] Wiescher M., Görres J., Uberseder E., Imbriani G., and Pignatari M., The cold and hot CNO cycles, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* ,**60**, 381-404, 2010. <https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.012809.104505>
- [9] Bertulani C.A., RADCAP: A potential model tool for direct capture reactions., *Computer Physics Communications* ,**156**(1), 123-141, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0010-4655\(03\)00441-7](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(03)00441-7)
- [10] Kharab R., Dependence of B (E2) and B (M1) transition strengths on energy and spin of excited states of ^{18}F , *Modern Physics Letters A*, **33**, 1850188- 1850196, 2018. <https://doi.org/10.1142/S0217732318501882>
- [11] Greiner W., and Joachim A., *Nuclear models*, Berlin: Springer-Verlag, 1996.
- [12] Bertsch G., Borysowicz J.,McManus H., and Love W.G, Interactions for inelastic scattering derived from realistic potentials, *Nuclear Physics A*, **284**, 399-419, 1977. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(77\)90392-X](https://doi.org/10.1016/0375-9474(77)90392-X)
- [13] Kobos A. M., Brown B.A., Lindsay R., and Satchler G.R., Folding-model analysis of elastic and inelastic α -particle scattering using a density-dependent force, *Nuclear Physics A* ,**425**, 205-232, 1984. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(84\)90073-3](https://doi.org/10.1016/0375-9474(84)90073-3)
- [14] Edmonds., Alan Robert., Angular momentum in quantum mechanics, Vol. 4. *Princeton university press*, 1996.
- [15] Lawson R.D., Theory of the nuclear shell model, *science*,**213** , 4509-752 ,1980. <https://doi.org/10.1126/science.213.4509.752.a>
- [16] Buckner M.Q., Iliadis C., Kelly K.J., Downen L.N., Champagne A. E., Cesaratto J. M., Howard C., and Longland R., High-intensity-beam study of $^{17}\text{O}(p, \gamma)^{18}\text{F}$ and thermonuclear reaction rates for $\text{O }^{17}+ \text{p}$, *Physical Review C* ,**91**, 015812-015827, 2015. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.91.015812>
- [17] Tonchev A.P., Nelson S. O., Sabourov K., Crowley B. T., Joshi K., Weller H. R., Kelley J.H., Prior R.M., Spraker M., and Kalantar-Nayestanaki N., The $^{10}\text{B}(p, \gamma)^{11}\text{C}$ reaction at astrophysically relevant energies, *Physical Review C* ,**68**, 045803-045815, 2003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.68.045803>



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

