Research Paper

Multi-hop Quantum Teleportation Scheme of the 6-Qubit Entangled State by Intermediate Nodes with the Best Efficiency[1]

Negin Fatahi[2]

Received: 2022.02.23
Revised: 2022.04.07
Accepted: 2022.05.28

Abstract

Quantum multi-hop teleportation is important in the field of quantum communication. In this paper, we proposed a multi-hop quantum teleportation scheme of the 6-qubit entangled state. In the proposed scheme, the sender teleports the desired information by transmitting a 6-qubit entangled quantum state to the receiver through the N intermediate nodes between the source node and destination node. Therefore, the sender and receiver are not in direct connection with each other, and the information is teleported in Multi-hop between the N neighbor nodes. Also, in this scheme, the 7-qubit entangled states as quantum channels are shared between neighbor nodes. Always, teleportation processes over long distances are problematic because of the existence of the environmental noise which is almost inescapable and adversely affects the entangled quantum channel. This scheme explains the quantum teleportation between N nodes in N-1 steps and it is suitable for teleportation processes over long distances. Also, we calculate the efficiency of this scheme and indicate the advantages of this protocol.

Keywords: *Quantum Teleportation, Entanglement, Intermediate Node, Qubit, Multi-hop.*

[1] DOI: 10.22051/ijap.2022.39670.1267
[2]Assistant Professor, Islamic Azad University, Kermanshah Branch, Kermanshah, Iran. Email: n83fatahi@yahoo.com

مقالهٔ پژوهشی

طرح انتقال کوانتومی چند مرحله‌ای حالت درهم‌تنیدهٔ ۶-کیوبیتی با استفاده از گره‌های میانی با بهترین بازده[1]

نگین فتاحی[2]

فصلنامهٔ علمی فیزیک کاربردی ایران
دانشکدهٔ فیزیک شیمی، دانشگاه الزهرا
سال دوازدهم، پیاپی ۲۹، تابستان ۱۴۰۱
صص ۷۷- ۸۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۰۴
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۱/۱۸
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷

چکیده:

انتقال کوانتومی چند مرحله‌ای در ارتباطات کوانتومی بسیار مهم است. در این مقاله طرح انتقال حالت درهم‌تنیده‌ی کوانتومی ۶-کیوبیتی در چند مرحله را پیشنهاد داده‌ایم. در این روش فرستنده می‌خواهد اطلاعات مورد نظر را از راه ارسال حالت کوانتومی درهم‌تنیده ۶-کیوبیتی، با استفاده از گره‌های واسطه که بین گره آغاز و گره هدف قرار دارند، به گیرنده منتقل کند. در این حالت ارتباط مستقیمی بین فرستنده و گیرنده وجود ندارد و بین گره‌های همسایه حالت کوانتومی درهم‌تنیده ۷-کیوبیتی، به عنوان کانال کوانتومی به اشتراک گذاشته می‌شود. ارسال اطلاعات در فواصل دور به دلیل وجود نوفه‌های محیطی که دوری‌ناپذیر بوده و تأثیر نامطلوبی بر کانال کوانتومی درهم تنیده می‌گذارند، همواره با مشکلاتی همراه است. این روش، انتقال اطلاعات کوانتومی بین N گره در $N-1$ مرحله را شرح می‌دهد، بنابراین برای ارسال اطلاعات در مسافت‌های دور مناسب می‌باشد. همچنین با محاسبه بازده این روش، مزایای آن را نسبت به دیگر روش‌ها بیان می‌کنیم.

واژگان کلیدی: *انتقال کوانتومی، درهم‌تنیده، گره واسطه، کیوبیت، چند مرحله.*

---

[1] DOI: 10.22051/ijap.2022.39670.1267

[2] استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرمانشاه، کرمانشاه، ایران. Email: n83fatahi@yahoo.com

۱. مقدمه

ارسال اطلاعات کوانتومی با استفاده از ویژگی درهم‌تنیدگی کوانتومی از یک نقطه اولیه به یک هدف را انتقال کوانتومی[1] می‌گویند، که برای اولین بار توسط بنت و همکارانش در سال ۱۹۹۳ مطرح شد [۱] . آن‌ها یک حالت کوانتومی تک کیوبیتی را با استفاده از حالت درهم‌تنیده بل ارسال کردند. روش‌های متفاوتی برای انتقال اطلاعات کوانتومی مطرح شده‌اند که برخی از آن‌ها را فرایندهای انتقال کامل می‌گویند، زیرا حالت مورد نظر را بدون هیچ‌گونه تغییری و به صورت کامل و با اطمینان منتقل می‌کنند [۱۳-۲]. در برخی از روش‌های انتقال کوانتومی، ارسال اطلاعات با احتمال ویژه‌ای با موفقیت صورت می‌گیرد [۱۷-۱۴]. در سال ۲۰۱۷ روشی توسط زو[2] و همکارانش مطرح شد که به آن روش انتقال چند مرحله‌ای[3] می‌گویند [۱۸]. در این روش گره‌های واسطه بین فرستنده و گیرنده قرار دارند و ارسال اطلاعات بین آن‌ها با به اشتراک گذاشتن حالت‌های کوانتومی درهم‌تنیده، امکان‌پذیر است. بنابراین، از این روش برای انتقال کامل و ایمن اطلاعات در مسافت‌های دور می‌توان استفاده کرد.

به تازگی روش‌های متفاوتی در رابطه با انتقال چند مرحله‌ای مطرح شده‌اند [۲۴-۱۹]. در سال ۲۰۱۷، لی[4] و همکارانش روشی برای انتقال حالت خوشه‌ای ۴-کیوبیتی با استفاده از جفت‌های EPR[5] به عنوان کانال کوانتومی ارائه دادند[۲۵]. انتقال چند مرحله‌ای حالت دو کیوبیتی بر اساس ترکیب حالت‌های W و جفت‌های EPR نیز به دست ژان[6] مطرح شده است[۲۶]. در مرجع [۲۷] نیز انتقال چند مرحله‌ای حالت N-کیوبیتی با استفاده از ترکیب حالت‌های W و Bell مطرح شده است. شی[7] و همکارانش یک شبکه کوانتومی چند مرحله ای پیشنهاد داده اند که یک حالت کوانتومی تک کیوبیتی بصورت مرحله به مرحله با استفاده از حالت W که بین گره‌ها به اشتراک گذاشته می‌شود، منتقل می‌گردد[۲۸]. همچنین چودوری و سامانتا[8] دو روش برای انتقال چند مرحله‌ای حالت۴-کیوبیتی و حالت ۵-کیوبیتی با استفاده از گره‌های واسطه مطرح کرده‌اند[۳۰-۲۹].

---

[1] Quantum Teleportation
[2] Zou
[3] Multi-hop Teleportation
[4] Li
[5] Einstein-Podolsky-Rosen
[6] Zhan
[7] Shi
[8] Choudhury and Samanta

در این مقاله روش جدیدی برای انتقال چند مرحله‌ای حالت درهم‌تنیده کوانتومی ۶-کیوبیتی با استفاده از گره‌های واسطه، که از حالت‌های درهم‌تنیده ۷-کیوبیتی به عنوان کانال کوانتومی استفاده می‌کنند، ارائه دادیم. در این روش انتقال اطلاعات کوانتومی بصورت کامل و بدون هیچ احتمالی صورت می‌گیرد. در مرجع[۳۰] حالت ۵-کیوبیتی در چند مرحله بین گره‌ها منتقل می‌شود اما در روشی که ما مطرح کردیم، حالت ۶-کیوبیتی که می‌تواند شامل اطلاعات بیشتری نسبت به حالت ۵-کیوبیتی باشد، منتقل می‌شود. همچنین این روش در مقایسه با روش‌های ارائه شده در قبل بازده بالاتری دارد زیرا برای انتقال حالت کوانتومی ۶- کیوبیتی از حالت کوانتومی ۷-کیوبیتی استفاده شده که برتری این روش را نشان می‌دهد. ابتدا انتقال تک مرحله‌ای حالت ۶-کیوبیتی را بین گیرنده و فرستنده بیان کردیم و در مرحله بعد بین سه گره، انتقال دو مرحله‌ای را مطرح کرده و سپس این روش را به انتقال چند مرحله‌ای بین N گره تعمیم دادیم و در پایان بازده پروتکل محاسبه شد.

۲. فرایند انتقال یک مرحله‌ای

ابتدا انتقال حالت درهم‌تنیده ۶-کیوبیتی را در یک مرحله بررسی کردیم. در حقیقت انتقال یک مرحله‌ای بین دو گره اولیه و نهایی صورت می‌گیرد، که می‌توان گفت انتقال مستقیم بین فرستنده و گیرنده است. آلیس به عنوان فرستنده در گره اولیه و باب به عنوان گیرنده در گره نهایی قرار دارند. آلیس می‌خواهد حالت درهم‌تنیده ۶-کیوبیتی زیر را برای باب ارسال کند:

$$|\varphi\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} = x(|000000\rangle + |101100\rangle)_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} + y(|001111\rangle + |100011\rangle)_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \quad (۱)$$

که ضرایب بسط x, y در این رابطه در شرط بهنجارش $2|x|^2 + 2|y|^2 = 1$ صدق می‌کنند و زیرنویس‌های $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ نشان دهنده‌ی ذراتی هستند که نزد آلیس می‌باشند. آلیس و باب یک حالت کوانتومی درهم‌تنیده ۷-کیوبیتی به صورت زیر را به عنوان کانال کوانتومی باهم به اشتراک می‌گذارند:

$$|\chi\rangle_{A_7B_1B_2B_3B_4B_5B_6} = \frac{1}{2}(|0000000\rangle + |1001111\rangle + |0101100\rangle + |11000111\rangle)_{A_7B_1B_2B_3B_4B_5B_6} \quad (۲)$$

در این رابطه زیرنویس A_7 نشان‌دهندهٔ ذرهٔ متعلق به آلیس است و زیرنویس‌های $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$ ذرات متعلق به باب است. حالت کلی سیستم به صورت ضرب حالت اولیه و حالت به اشتراک گذاشته شده بین آلیس و باب به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\Gamma\rangle = |\varphi\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \otimes |\chi\rangle_{A_7B_1B_2B_3B_4B_5B_6}$$

$$= \{x(|000000\rangle + |101100\rangle) + y(|001111\rangle + |100011\rangle)\}_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6}$$
$$\otimes \frac{1}{2}(|0000000\rangle + |1001111\rangle + |0101100\rangle + |110011\rangle)_{A_7B_1B_2B_3B_4B_5B_6} \quad (۳)$$

با جداکردن ذرات متعلق به آلیس و باب می‌توان رابطه بالا را به صورت زیر نوشت:

$$|\Gamma\rangle = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} \otimes |\varphi_i\rangle_{B_1B_2B_3B_4B_5B_6}$$

$$= \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} \otimes (U_i|\varphi_0\rangle)_{B_1B_2B_3B_4B_5B_6} \quad (۴)$$

که داریم:

$$|\varepsilon_1\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} = \frac{1}{2}(|0000000\rangle + |0011111\rangle + |1011000\rangle + |1000111\rangle) \quad (۵)$$

$$|\varepsilon_2\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} = \frac{1}{2}(|0000000\rangle - |0011111\rangle + |1011000\rangle - |1000111\rangle) \quad (۶)$$

$$|\varepsilon_3\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} = \frac{1}{2}(|0000001\rangle + |0011110\rangle + |1011001\rangle + |1000110\rangle) \quad (۷)$$

$$|\varepsilon_4\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} = \frac{1}{2}(|0000001\rangle - |0011110\rangle + |1011001\rangle - |1000110\rangle) \quad (۸)$$

آلیس اندازه‌گیری خودش را در پایه $|\varepsilon_i\rangle \ , i = 1,2,3,4$ انجام داده و نتیجه را با ارسال دو بیت کلاسیکی از راه کانال کلاسیکی به باب اعلام می‌کند. با توجه به نتیجه اندازه‌گیری آلیس، باب با

تأثیر دادن عملگر یونیتاری U_i متناسب با نتیجه اندازه‌گیری آلیس، حالت اولیه را بازیابی می‌کند. عملگرهای یونیتاری U_i متناظر، به صورت زیر می‌باشند:

$$U_1 = I\otimes I\otimes I\otimes I\otimes I\otimes I \quad (۹)$$

$$U_2 = I\otimes I\otimes I\otimes I\otimes I\otimes \sigma_Z \quad (۱۰)$$

$$U_3 = I\otimes I\otimes \sigma_x\otimes \sigma_x\otimes \sigma_x\otimes \sigma_x \quad (۱۱)$$

$$U_4 = I\otimes I\otimes \sigma_x\otimes \sigma_x\otimes \sigma_x\otimes \sigma_y \quad (۱۲)$$

بنابراین با توجه به این عملگرها، حالت‌های در دست باب عبارت است از:

$$|\varphi_i\rangle_{B_1B_2B_3B_4B_5B_6} = (U_i|\varphi_0\rangle)_{B_1B_2B_3B_4B_5B_6} \quad (۱۳)$$

$$|\varphi_1\rangle = \mathrm{x}(|000000\rangle + |101100\rangle) + \mathrm{y}(|001111\rangle + |100011\rangle) \quad (۱۴)$$

$$|\varphi_2\rangle = \mathrm{x}(|000000\rangle + |101100\rangle) - \mathrm{y}(|001111\rangle + |100011\rangle) \quad (۱۵)$$

$$|\varphi_3\rangle = \mathrm{x}(|001111\rangle + |100011\rangle) + \mathrm{y}(|000000\rangle + |101100\rangle) \quad (۱۶)$$

$$|\varphi_4\rangle = \mathrm{x}(|001111\rangle + |100011\rangle) - \mathrm{y}(|000000\rangle + |101100\rangle) \quad (۱۷)$$

مثلا اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس $|\varepsilon_2\rangle$ باشد، باب به صورت زیر می‌تواند حالت اولیه را بازیابی کند:

$$|\varphi\rangle \rightarrow |\varphi_2\rangle_B = U_2|\varphi_0\rangle_B \quad (۱۸)$$

$$|\varphi_0\rangle_A = U_2|\varphi_2\rangle_B \quad (۱۹)$$

۳. فرایند انتقال دو مرحله‌ای

در انتقال دو مرحله‌ای بین فرستنده و گیرنده یک گره واسطه وجود دارد، در حقیقت سه گره داریم. فرض کنید سیندی به عنوان گره واسطه بین آلیس و باب قرار دارد. آلیس می‌خواهد حالت درهم تنیده ۶-کیوبیتی مانند رابطه (۱) را برای باب ارسال کند. در انتقال دو مرحله‌ای بین سه گره، دو حالت درهم‌تنیده ۷- کیوبیتی مانند رابطه (۲) به عنوان کانال کوانتومی وجود دارد، که یکی از این حالت‌ها بین آلیس و سیندی و دیگری بین سیندی و باب به صورت زیر به اشتراک گذاشته می‌شوند:

$$\left|\chi\right\rangle_{channel\ (A-C)} = \frac{1}{2}(|0000000\rangle + |1001111\rangle + |0101100\rangle + |11000111\rangle)_{A_7C_1C_2C_3C_4C_5C_6} \quad (۲۰)$$

$$\left|\chi\right\rangle_{channel\ (C-B)} = \frac{1}{2}(|0000000\rangle + |1001111\rangle + |0101100\rangle + |11000111\rangle)_{C_7B_1B_2B_3B_4B_5B_6} \quad (۲۱)$$

از این رو، حالت کلی سیستم عبارت است از:

$$|\Gamma\rangle = |\varphi\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \otimes |\chi\rangle_{channel\ (A-C)} \otimes |\chi\rangle_{channel\ (C-B)} = \{x(|000000\rangle + |101100\rangle) + y(|001111\rangle + |100011\rangle)\}_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \otimes \frac{1}{2}(|0000000\rangle + |1001111\rangle + |0101100\rangle + |110011\rangle)_{A_7C_1C_2C_3C_4C_5C_6} \otimes |\chi\rangle_{channel\ (C-B)} \quad (۲۲)$$

این رابطه را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$|\Gamma\rangle = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} \otimes |\varphi_i\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5C_6} \otimes |\chi\rangle_{channel(C-B)} = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7} \otimes (U_i^C|\varphi_0\rangle)_{C_1C_2C_3C_4C_5C_6} \otimes |\chi\rangle_{channel\ (C-B)} \quad (۲۳)$$

که $|\varepsilon_i\rangle\ , i = 1,2,3,4$ و $|\varphi_i\rangle_C$ ها در این رابطه همانند با معادلات (۵) تا (۸) و معادلات (۱۴) تا (۱۷) می‌باشند و U_i^C عملگر یونیتاری ویژه سیندی است. با توجه به آنکه چهار حالت برای ذرات متعلق به سیندی، یعنی $|\varphi_i\rangle_C$ وجود دارد پس می‌توان گفت که برای ارسال اطلاعات از آلیس به باب چهار مسیر ممکن داریم. حال اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس $k_1 = 1,2,3,4\ ,\ |\varepsilon_{k_1}\rangle$ باشد و این نتیجه با ارسال دو بیت کلاسیکی از راه کانال کلاسیکی به سیندی اعلام شود، پس می‌توان حالتی که به باب می‌رسد را به صورت زیر نوشت:

$$|\varphi_{k_1}\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5C_6} \otimes |\chi\rangle_{channel\ (C-B)} = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7} \otimes |\varphi_i^{k_1}\rangle_{B_1B_2B_3B_4B_5B_6} = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7} \otimes (U_i|\varphi_0^{k_1}\rangle)_{B_1B_2B_3B_4B_5B_6} \quad (۲۴)$$

در این رابطه نیز $|\varepsilon_i\rangle, U_i\ , |\varphi_i\rangle$ ها همانند با روابط (۵) تا (۱۷) می‌باشند. حال سیندی نیز نتیجه اندازه‌گیری خودش را در پایه $|\varepsilon_i\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7}$ با ارسال دوبیت کلاسیکی از راه کانال

کلاسیکی به باب اعلام می‌کند. سپس باب با تأثیر دادن دو عملگر یونیتاری متناظر با نتیجه‌ی اندازه‌گیری‌های آلیس و سیندی، می‌تواند حالت اولیه را به صورت زیر بازیابی کند:

$$|\varphi_{k_1}\rangle_C = U_{k_1}|\varphi_0\rangle_A \rightarrow \left|\varphi_{k_2}^{k_1}\right\rangle = U_{k_2}|\varphi_{k_1}\rangle_C \quad (۲۵)$$

$$|\varphi_0\rangle = U_{k_1}U_{k_2}\left|\varphi_{k_2}^{k_1}\right\rangle, \quad \{k_1, k_2 = 0,1,2,3\} \quad (۲۶)$$

در این رابطه زیرنویس‌های k_1, k_2 مربوط به نتیجه اندازه‌گیری اعلام شده توسط سیندی و آلیس در دو مرحله پیش است. مثلا اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس که به سیندی اعلام می‌کند $|\varepsilon_3\rangle$ و نتیجه اندازه‌گیری سیندی که به باب اعلام می‌کند $|\varepsilon_2\rangle$ باشد، باب باید عملگر

$$U_3U_2 = (I\otimes I\otimes\sigma_x\otimes\sigma_x\otimes\sigma_x\otimes\sigma_x)(I\otimes I\otimes I\otimes I\otimes I\otimes\sigma_Z) \quad (۲۷)$$

را روی حالتی که در دست دارد اثر دهد تا حالت اولیه را بازیابی کند.

۴. فرایند انتقال چند مرحله‌ای

برای انتقال اطلاعات کوانتومی در فواصل دور، می‌توان بین فرستنده و گیرنده چندین گره واسطه قرار داد، بطوری که بین فرستنده و گیرنده ارتباط مستقیمی وجود نداشته باشد. گره‌های واسطه نتایج اندازه‌گیری‌های خود را به گره مجاور اعلام می‌کنند و درنهایت گره هدف با توجه به نتایج اندازه‌گیری گره‌های واسطه می‌تواند حالت اولیه را بازیابی کند.

فرض کنید N گره که $N \geq 3$ است داریم که با نام‌های $a_1, a_2, \dots, a_N$ مشخص می‌شوند. a_1 گره اولیه یعنی آلیس و a_N گره نهایی یعنی باب است و N-2 گره دیگر، گره‌های واسطه هستند. انتقال حالت درهم‌تنیده ۶-کیوبیتی در N-1 مرحله بین گره‌ها صورت می‌گیرد. مشابه با روش توضیح داده شده برای انتقال دو مرحله‌ای، دراین روش، (N-1) حالت کوانتومی درهم‌تنیده ۷-کیوبیتی مانند رابطه (۲)، به عنوان کانال‌های کوانتومی بین گره‌های همسایه به اشتراک گذاشته می‌شوند. بنابراین حالت کلی سیستم به صورت زیر خواهد شد:

$$|\Gamma\rangle = |\varphi\rangle_{a_{11}a_{12}\dots a_{16}} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-1} = |\varphi\rangle_{a_{11}a_{12}\dots a_{16}} \otimes |\chi\rangle_{channel(a_1-a_2)} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-2}$$
$$= \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{a_{11}a_{12}\dots a_{17}} \otimes |\varphi_i\rangle_{a_{21}a_{22}\dots a_{26}} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-2}$$
$$= \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{a_{11}a_{12}\dots a_{17}} \otimes (U_i^{a_2}|\varphi_0\rangle)_{a_{21}a_{22}\dots a_{26}} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-2}$$

(۲۸)

که $U_i^{a_2}$ عملگر یونیتاری مربوط به گره a_2 است. فرض کنید گره a_1 نتیجه اندازه‌گیری خودش که برابر $|\varepsilon_{k_1}\rangle$ است را، از راه کانال کلاسیکی به گره a_2 اعلام کند، پس گره a_2 باید از عملگر یونیتاری متناظر با این حالت یعنی $U_{k_1}^{a_2}$ برای بازیابی حالت اولیه استفاده کند. زیرنویس a_2 در عملگر یونیتاری نشان می‌دهد که این عملگر ویژه گره a_2 است. بنابراین ترکیب حالت متناظر با این اندازه‌گیری که در دست گره a_2 است و بقیه حالت‌های مربوط به گره‌های باقی مانده، به صورت زیر نوشته خواهند شد:

$$|\varphi_{k_1}\rangle_{a_{21}a_{22}\dots a_{26}} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-2} = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{a_{21}a_{22}\dots a_{26}a_{27}} \otimes |\varphi_i^{k_1}\rangle_{a_{31}a_{32}\dots a_{36}} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-3}$$
$$= \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{a_{21}a_{22}\dots a_{26}a_{27}} \otimes (U_i^{a_3}|\varphi_0^{k_1}\rangle)_{a_{31}a_{32}\dots a_{36}} \otimes |\chi\rangle_{channel}^{N-3}$$

(۲۹)

که $U_i^{a_3}$ عملگر یونیتاری متنظر در دست گره a_3 است. این فرایند را می‌توان برای تمام مراحل انجام داد. در نهایت حالتی که به گره‌های پایانی a_{N-1} و a_N وارد می‌شود عبارت است از:

$$|\varphi_{k_{N-2}}^{k_{N-3}}\rangle_{a_{(N-1)1}a_{(N-1)2}\dots a_{(N-1)6}} \otimes |\chi\rangle = \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{a_{(N-1)1}a_{(N-1)2}\dots a_{(N-1)7}} \otimes |\varphi_i^{k_{N-2}}\rangle_{a_{N1}a_{N2}\dots a_{N6}}$$
$$= \sum_{i=1}^{4} |\varepsilon_i\rangle_{a_{(N-1)1}a_{(N-1)2}\dots a_{(N-1)7}} \otimes (U_i^{a_N}|\varphi_0^{k_{N-2}}\rangle)_{a_{N1}a_{N2}\dots a_{N6}}$$

(۳۰).

اگرنتیجه اندازه‌گیری درگره a_{N-1} برابر با $|\varepsilon_{k_{N-1}}\rangle$ باشد، بنابراین گره مقصد a_N با اعمال عملگرهای یکانی به صورت زیر می‌تواند حالت اولیه را بازیابی کند:

$$|\varphi_0\rangle = U_{k_1}^{a_2} U_{k_2}^{a_3} \dots U_{k_{N-2}}^{a_{N-1}} U_{k_{N-1}}^{a_N} \left|\varphi_{k_{N-1}}^{k_{N-2}}\right\rangle$$

(۳۱)

عملگرهای یونیتاری در این رابطه مشابه با انتقال دو مرحله‌ای با راوابط (۹) تا (۱۲) مشخص می‌شوند.

۵. محاسبهٔ بازده فرایند انتقال چند مرحله‌ای

فرایند انتقال حالت کوانتومی درهم‌تنیده ۶- کیوبیتی را در چند مرحله با استفاده از حالت ۷-کیوبیتی به عنوان کانال کوانتومی، توضیح دادیم. فرمول کلی بازده به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{q_S}{q_u + b_t} \qquad (۳۲)$$

که در آن q_S تعدا کیوبیت‌های شامل اطلاعات کوانتومی است که به گره نهایی منتقل می‌شوند، q_u تعداد کیوبیت‌هایی است که به عنوان کانال کوانتومی استفاده می‌شود و b_t تعداد بیت‌های کلاسیکی می‌باشد که منتقل می‌شوند. بنابراین، دراین فرایند چون حالت ۶-کیوبیتی به گره نهایی منتقل می‌شود $q_S = 6$ است و در هر کانال کوانتومی از حالت ۷-کیوبیتی استفاده شده پس برای N-1 مرحله $q_u = 7(N-1)$ می‌باشد. تعداد بیت‌های کلاسیکی لازم برای ارسال چهار حالت ممکن از راه کانال کلاسیکی نیز $b_t = 2(N-1)$ است. پس بازده فرایند انتقال N-1 مرحله‌ای برابر است با:

$$\eta = \frac{6}{7(N-1)+2(N-1)} = \frac{6}{9(N-1)} \qquad (۳۳)$$

مثلا برای فرایند انتقال دو مرحله ای بازده برابر $\eta = \frac{6}{18}$ و در فرایند انتقال یک مرحله‌ای $\eta = \frac{6}{9}$ است. بازده این فرایند نسبت به فرایندی که در مرجع [۲۹] بیان شده است، به اندازه $\frac{1}{9(N-1)} \times 100$ درصد بیشتر می‌باشد.

۶. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای انتقال حالت کوانتومی درهم‌تنیده ی ۶-کیوبیتی بین N گره در N-1 مرحله مطرح شد. در این روش، گره‌های همسایه از حالت‌های کوانتومی ۷-کیوبیتی به عنوان کانال کوانتومی استفاده می‌کنند و هر گره نتیجه اندازه‌گیری خودش را با ارسال بیت‌های کلاسیکی از راه کانال کلاسیکی به گره همسایه اعلام می‌کند. انتقال اطلاعات کوانتومی در مسافت‌های دور با این روش امکان‌پذیر است، چرا که این روش برای تعداد دلخواه N گره بیان شده که این گره‌ها در فاصله نزدیک به‌هم هستند و اختلالی در ارسال اطلاعات بین آن‌ها وجود ندارد. از طرفی ارسال اطلاعات بین گره‌ها با قطعیت و بطور کامل اتفاق می‌افتد و می‌توان گفت این روش از نوع روش‌های

انتقال کامل است. همچنین هر گره برای بازیابی حالت اولیه از عملگر یونیتاری ویژه خودش استفاده می‌کند، بنابراین گره‌ها جدا از هم می‌باشند و این روش نسبت به روش انتقال مرحله به مرحله تأخیر زمانی کمتری دارد. بازده روش ارائه شده در این مقاله نسبت به روش‌هایی که در منابع [۲۷] و[۲۹] مطرح شده‌اند بیشتر می‌باشد.

۷. تقدیر و تشکر

از داوران محترم که با نظرات سازندهٔ خود باعث ارتقاء مقاله شده‌اند تشکر می‌کنم. این مقاله توسط دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه پشتیبانی شده است.

منابع

[1] Bennet C.H., Brassard G., Crepeau C., Jozsa R., Peres A., Wooters W. K., Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channel, *Phys. Rev. Lett,* vol .**70** (1895).
[2] Agrawal P., Pati A., Teleportation and Superdense Coding With W-States, *Phys. Rev. A* **74** 062320 (2006).
[3] Muralidharan S., Panigrahi P. K., Perfect teleportation, quantum-state sharing, and superdense coding through a genuinely entangled five-qubit state*, Phys. Rev. A* **77** 032321 (2008).
[4] Zhang Z.H., Shu L., Mo Z. W., Quantum teleportation and superdense coding through the composite W-Bell channel, *Quantum Inf. Process*. **12** 1957 (2013).
[5] Li K., Kong F.Z., Yang M., Ozaydin F., Yang Q., Cao Z. L., Generating multi-photon W-like states for perfect quantum teleportation and superdense coding, *Quantum Inf. Process*. **15** 3137-3150 (2016).
[6] Choudhury B.S., Samanta S., Asymmetric Bidirectional 3 ⇔ 2 Qubit Teleportation Protocol Between Alice and Bob Via 9-qubit Cluster State**,** *Int. J. Theor. Phys.* **56** 3285 (2017).
[7] Cola M.M, Paris M.G.A., Teleportation of bipartite states using a single entangled pair, *Phys. Lett. A* **337** 10 (2005).
[8] Nie Y.Y., Li Y.H., Liu J. C., Sang M.H., Perfect Teleportation of an Arbitrary Three-Qubit State by Using W-Class States, *Int. J. Theor. Phys*. **50** 3225 (2011).
[9] Zhang B., Liu X. T., Wang J., Tang C.J., Quantum Teleportation of an Arbitrary N-qubit State via GHZ-like States, *Int. J. Theor. Phys*. **55** 1601 (2016).
[10] Nandi K., Mazumdar C., Quantum teleportation of a twoqubit state using GHZ-like state, *Int. J. Theor. Phys.* **53,** 1322 (2014).
[11] Choudhury B.S., Samanta S., Simultaneous perfect teleportation of three 2-qubit states, *Quantum Inf. Process.* **16,** 230 (2017).
[12] Yang Y. Q., Zha X. W., Yu Y., Asymmetric bidirectional controlled teleportation via seven-qubit cluster state, *Int. J. Theor. Phys*. **55,** 4197 (2016).
[13] Li Y.H., Nie L.P., Li X.L., Sang M.H., Asymmetric bidirectional controlled teleportation by using six-qubit cluster state, *Int. J. Theor. Phys*. **55** 3008 (2016).
[14] Agrawal P., Pati A. K., Probabilistic quantum teleportation, Phys. Lett. A **305** 12 (2002).
[15] Yu L.Z., Wu T., Probabilistic teleportation of three-qubit entangled state via five-qubit cluster state, *Int. J. Theor. Phys.* **52** 1461 (2013).

[16] Yan F., Yan T., Probabilistic teleportation via a non-maximally entangled GHZ state, *Chin. Sci. Bull*. **55** 902-906 (2010).
[17] Dai H.Y., Chen P.X., Li C.Z., Probabilistic teleportation of an arbitrarytwo-particle state by two partial three-particle entangled W states, *Commun.* **231** 281 (2004).
[18] Zou Z.Z., Yu X.T., Gong Y.X., Zhang Z.-C., Multihop teleportation of two-qubit state via the composite ghz–bellchannel, *Phys. Lett. A* **381** 76 (2017).
[19] Li W., Chen H., Liu Z., Deterministic Joint Remote Preparation of Arbitrary Four-Qubit Cluster-Type State Using EPR Pairs*, Int. J. Theor. Phys.* 56 351 (2017).
[20] Li Y. H., Nie L. P., Bidirectional controlled teleportation by using a five-qubit composite GHZ-Bell state*, Int. J. Theor. Phys*. 52 1630(2013).
[21] Zou, ZZ., Yu, XT. Zhang, ZC. Quantum connectivity optimization algorithms for entanglement source deployment in a quantum multi-hop network. *Front. Phys.* 13, 130202 (2018). https://doi.org/10.1007/s11467-017-0721-7.
[22] Zhou, XZ., Yu, XT. & Zhang, ZC. Multi-Hop Teleportation of an Unknown Qubit State Based on W States. *Int J Theor Phys* 57, 981–993 (2018). https://doi.org/10.1007.
[23] Wang, K., Yu, X.T., Lu, S.L., Gong, Y.X.. Quantum wireless multihop communication based on arbitrary bell pairs and teleportation. *Phys. Rev. A* 89(2), 767–771 (2014).
[24] Xiong, P.Y.; Yu, X.T.; Zhang, Z.C. Multiple Teleportation via Partially Entangled GHZ-state. *Front. Phys. 11* (8), 110303 (2016).
[25] Li W., Chen H., Liu Z., Deterministic Joint Remote Preparation of Arbitrary Four-Qubit Cluster-Type State Using EPR Pairs, *Int. J. Theor. Phys.* 56 351-361 (2017).
[26] Zhan H.T., Yu X. T., Xiong P. Y, Zhang Z. Ch, Multi-hop teleportation based on W state and EPR pairs*, Chin. Phys. B*. **25**, 5, 050305 (2016).
[27] Zhang Zh. , Wang J., Sun M., Multihop Teleportation via the Composite of Asymmetric W State and Bell State, *Int. J. Theor. Phys*, **57** (12) 3605-3620 (2018).
[28] Shi L.H., Yu X.T., Cai X. F., Gong Y.X., Zhang Z.C., Quantum information transmission in the quantum wireless multihop network based on Werner state,
Chin. Phys. B 24(5), 050308 (2015).
[29] Choudhury B.S., Samanta S., A perfect multi-hop teleportation scheme for transfer of five-qubit entangled states using intermediate nodes, *Journal of Modern Optics,* **65**:12 1479-1485 (2018).
[30] Choudhury B.S., Samanta S., A multi-hop teleportation protocol of arbitrary four-qubit states through intermediate nodes, *International Journal of Quantum Information*. **16**, No. 3 1850026 (2018).

© 2020 Alzahra University, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).