



Financial Distress Prediction of the Listed Companies on Tehran Stock Exchange (TSE) and Iran Fara Bourse (IFB) Using Support Vector Machine

Research Paper

Mohammad Namazi¹, Shahla Ebrahimi²

Received: 2019/05/08

Accepted: 2020/06/06

Abstract

The purpose of this article is to predict impending financial distress of the listed companies on Tehran Stock Exchange (TSE) and Iran Fara Bourse (IFB) using a wide range of features including accrual accounting variables, cash-based accounting variables, market-based variables, corporate governance mechanisms, and macroeconomic indicators. The final sample includes 421 firms leading to 3,670 firm-year observations. The prepared data, was then split into a train and test data set using a 70/30 ratio.

In this research, various data pre-processing machine learning techniques i.e., Z-score standardization, one-hot encoding, stratified K-fold validation combined with feature engineering are applied to improve classifier performance. Stratified K-fold cross validation method, (with $k = 5$) was used for estimation of model prediction performance during training phase. During the training phase, hyper-parameter tuning of a model was carried out using a grid-search. Furthermore, a cost-sensitive meta-learning approach in conjunction with the proposed imbalance-oriented metric i.e., F1 score were used to overcome the extreme class imbalance issue.

Based on the experimental results, the tuned Support Vector Machine (SVM) model achieved f1-score, MCC, recall and precision of respectively, 55%, 56%, 78% and 43% on the training set. Finally, the proposed model was tested on the hold-out test set which resulted in f1-score, MCC, recall and precision of 50%, 50%, 68% and 40%, respectively.

Keywords: Financial Distress Prediction, Support Vector Machine (SVM), Machine Learning, Data Mining, Tehran Stock Exchange.

JEL Classification: G33, G38, G34, E44, C19, M40.

1. Professor of Accounting, Shiraz University, Shiraz, Iran. Email: mnamazi@rose.shirazu.ac.ir
2. PhD Student of Accounting, Shiraz University, Shiraz, Iran.(Corresponding Author).Email: shebrahimi_3622@yahoo.com
<https://jfm.alzahra.ac.ir/>



پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در فرابورس و بورس اوراق بهادار
تهران با استفاده از ماشین بردار پشتیبان^۱

مقاله پژوهشی

محمد نمازی^۲ و شهلا ابراهیمی^۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۷

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۱۸

چکیده

هدف این مقاله، پیش‌بینی درماندگی مالی قریب‌الوقوع شرکت‌های پذیرفته شده در فرابورس و بورس اوراق بهادار با استفاده از دامنه گسترده‌ای از ویژگی‌ها از جمله متغیرهای حسابداری تعهدی، حسابداری نقدی، بازار سهام، مکانیسم‌های حاکمیت شرکتی و شاخص‌های اقتصاد کلان است. نمونه نهایی شامل ۴۲۱ شرکت و در نتیجه، ۳۶۷۰ شرکت-سال مشاهده است. سپس، داده آماده شده با استفاده از نسبت ۷۰ به ۳۰ به مجموعه داده آموزشی و آزمایشی تفکیک شد.

در این پژوهش، تکنیک‌های پیش پردازش داده یادگیری ماشین نظیر استانداردسازی نمره Z، وان-هات انکدینگ، اعتبارسنجی متقابل K لایه طبقه‌ای، همراه با مهندسی ویژگی برای بهبود عملکرد طبقه‌بندی کننده بکار گرفته شدند. روش اعتبارسنجی متقابل ۵ لایه طبقه‌ای با برآورد عملکرد پیش‌بینی مدل طی مرحله آموزش استفاده شد. طی مرحله آموزش، میزان‌سازی آبریارمتر مدل با استفاده از جستجوی شبکه‌ای انجام شد. افزون بر این، رویکرد فرایادگیری حساس به هزینه همراه با معیار مختص مسائل نامتوازن یعنی نمره F1 برای غلبه بر مسئله نامتوازنی افراطی کلاس‌ها استفاده شده است.

بر اساس نتایج تجربی، مدل ماشین بردار پشتیبان به نمره F1، ضریب همبستگی متیوز، فراخوانی و دقتی به ترتیب برابر با ۵۵٪، ۵۶٪، ۷۸٪ و ۴۳٪ بر روی مجموعه آموزشی دست یافت. سرانجام، مدل پیشنهادی بر روی مجموعه آزمایشی کنار گذاشته شده آزمون شد که به نمره F1، ضریب همبستگی متیوز، فراخوانی و دقتی به ترتیب برابر با ۵۰٪، ۵۰٪، ۶۸٪ و ۴۰٪ بر روی مجموعه آزمایشی منجر شد.

واژگان کلیدی: پیش‌بینی درماندگی مالی، ماشین بردار پشتیبان، یادگیری ماشین، داده کاوی، بورس اوراق بهادار تهران.

طبقه‌بندی موضوعی: M40، C19، E44، G34، G38، G33

۱. کد DOI مقاله: 10.22051/jfm.2020.25973.2077

۲. استاد حسابداری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران. Email: mnamazi@rose.shirazu.ac.ir

۳. دانشجوی دکتری حسابداری، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران. نویسنده مسئول، Email: shebrahimi_3622@yahoo.com

مقدمه

ورشکستگی شرکت در چهار مرحله رخ می‌دهد. مرحله ۱، نهفتگی وضعیت مالی شرکت است. در مرحله ۲، مدیریت از درماندگی مالی شرکت، معمولاً تحت عنوان تنگدستی مالی، آگاه می‌شود. مرحله ۳، ناتوانی مالی در پرداخت است که طی آن، شرکت وجوه کافی برای ایفای تعهدات مالی خود ندارد. سرانجام، در مرحله ۴، ناتوانی مالی تأیید می‌شود. ورشکستگی شرکت طبق رأی دادگاه مبنی بر الزام فروش دارایی‌های آن جهت پرداخت به بستانکاران، رسمیت می‌یابد؛ بنابراین، درماندگی مالی متفاوت از ورشکستگی است. درماندگی مالی زمانی رخ می‌دهد که شرکت به دلیل کاهش عملیات کاری خود، دارایی‌های غیر نقد و هزینه‌های ثابت زیاد نتواند تعهدات مالی خود را ایفا کند. برعکس، ورشکستگی مرحله نهایی است که در آن، شرکت‌ها کسب‌وکار را به دلیل درماندگی مالی، متوقف می‌کنند. در برخی موارد، درماندگی مالی را می‌توان قبل از رسیدن شرکت به ناتوانی مالی کشف کرد؛ بنابراین، درماندگی مالی همیشه تا ورشکستگی پیش نمی‌رود (نینه و همکاران^۱، ۲۰۱۸).

شکست شرکت مستلزم زیان قابل توجهی به تمامی ذینفعان است و قطعاً ارزش شرکت را از بین می‌برد و عواقب طولانی برای ثروت عرضه‌کنندگان سرمایه، مدیریت و کارکنان خواهد داشت. عرضه‌کنندگان سرمایه احتمالاً سرمایه‌گذاری خود را از دست می‌دهند، مدیریت احتمالاً سمت و شهرت خود را از دست می‌دهد و سرانجام، کارکنان نیز احتمالاً شغلشان را از دست می‌دهند. با این وجود، درجه تأثیر منفی شکست شرکت بر تمامی گروه‌های ذینفع به اثربخشی استراتژی‌های تغییر اتخاذ شده جهت فرار از رویداد شکست بستگی دارد. همچنین، این درجه به شدت رویداد شکست نظیر سود انباشته منفی، عدم پرداخت سود سهام ممتاز، قصور در پرداخت بهره/اصل وام، مذاکره مجدد وام، انحلال رسمی و دادخواست ورشکستگی بستگی دارد (سانتراروک^۲، ۲۰۰۹).

از این رو، هدف این پژوهش، ارائه هشدار زودهنگام درماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از داده‌های مبتنی بر ترانزنامه و صورت سود (زیان)، صورت گردش وجوه نقد، بازار سهام و نقد شوندگی، حاکمیت شرکتی و متغیرهای کلان اقتصادی به ذینفعان است تا آن‌ها بتوانند اقدامات مقتضی جهت پیشگیری از درماندگی مالی و همچنین، کاهش هزینه‌ها و زیان‌های ناشی از درماندگی مالی انجام دهند.

مبانی نظری

در واقع، شکست شرکت به صورت مکرر رخ نمی‌دهد. با این وجود، هنگامی که رخ می‌دهد، بازار سقوط می‌کند. از این رو، هشدار زودهنگام شکست قریب‌الوقوع، برای پیش‌بینی صحیح و سریع شکست شرکت ضروری است. این امر گروه‌های ذینفع متعددی نظیر سرمایه‌گذاران، بستانکاران، مدیران، حساب‌رسان و

1. Ninh et al.
2. Suntraruk



مقامات دولتی را قادر می‌سازد تا اقدام‌های پیشگیرانه یا اصلاحی جهت اجتناب از شکست انجام دهند یا زبان بالقوه‌ای که رخ خواهد داد را کاهش دهند؛ بنابراین، نیاز به ارائه مدل مناسبی برای پیش‌بینی شکست است. این مدل باید علل احتمالی شکست شرکت را انباشته کند؛ اما عللی که شرکت‌ها را به شکست سوق می‌دهد، بسیار متفاوت است. یک علت احتمالی شکست، هدایت نادرست شرکت است که می‌تواند از طریق نسبت‌های مالی شرکت‌ها مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. از دهه ۱۹۶۰، پژوهش‌های متعددی صرفاً به بررسی نسبت‌های مالی به‌عنوان شاخص‌های شکست پرداخته‌اند؛ بنابراین، تجزیه و تحلیل نسبت، مبنایی برای تصحیح و توسعه مدل‌های پیش‌بینی شکست است (سانتراوک، ۲۰۰۹). تا اواسط دهه ۱۹۸۰، بیشتر پژوهش‌های ورشکستگی از نسبت‌های ترازنامه و صورت سود (زبان) بر مبنای تعهدی یا نسبت‌های صورت جریان وجوه استفاده می‌کردند که وجوه را به‌عنوان سرمایه در گردش تعریف می‌کرد. تعریف وجوه به‌عنوان وجه نقد در صورت جریان وجوه نقد باعث شد که پژوهشگران متغیرهای جریان نقدی را نیز به مدل‌های پیش‌بینی ورشکستگی بیفزایند (واهلن و همکاران^۱، ۲۰۱۰).

با این وجود، محدودیت‌های ذاتی در داده‌های صورت‌های مالی مبتنی بر میثاق‌های اصول پذیرفته شده حسابداری وجود دارد. برخی از این محدودیت‌های بالقوه عبارت‌اند از: (۱) بسیاری از اقلام صورت‌های مالی بر مبنای بهای تمام شده تاریخی هستند که ممکن است بیانگر جریان نقدی آتی مورد انتظار یا ارزش‌های بازار کنونی نباشند؛ بنابراین، بهای تمام شده تاریخی ممکن است برای ارزیابی درماندگی مالی مربوط نباشد. (۲) بسیاری از دارایی‌ها به‌ویژه دارایی‌های نامشهود نظیر تحقیق و توسعه در ترازنامه منعکس نمی‌شوند بلکه در سال وقوع مخارج به حساب هزینه منظور می‌شوند. صورت‌های مالی هیچ معیار سنجش مستقیمی از نوسان بهای تمام شده تاریخی ارائه نمی‌کنند چه برسد به ارائه معیارهای سنجشی از نوسان آتی مورد انتظار. با این وجود به نظر می‌رسد که نوسان موضوع مهمی باشد. (۴) برعکس سایر منابع بالقوه اطلاعات که به‌صورت روزانه ارائه می‌شوند، صورت‌های مالی صرفاً فصلی ارائه می‌شوند. (۵) برخی از سایر منابع اطلاعاتی (نظیر پیش‌بینی‌های مدیریت) آینده‌نگرتر هستند. (۶) مبالغ صورت‌های مالی به‌صورت ذاتی ذهنی و از این‌رو، در معرض خطای برآورد و رفتارهای بالقوه اختیاری هستند. (۷) صورت‌های مالی تشکیل‌دهنده تنها بخشی از کل ترکیب اطلاعاتی هستند که در دسترس استفاده‌کننده است. علی‌رغم استفاده گسترده از نسبت‌های صورت‌های مالی، این محدودیت‌های بالقوه منجر به تردید قابل توجهی پیرامون توانایی پیش‌بینی آن‌ها می‌شود (بیور و همکاران^۲، ۲۰۱۰). از این‌رو، رویکرد دیگری برای ارزیابی درماندگی مالی به‌کارگیری متغیرهای مبتنی بر ارزش بازار است.

علت عمده دیگری برای شکست شرکت با توجه به رسوایی‌های مالی پیشین، احتمالاً مدیریت نامناسب شرکت است که پیامد تصمیم‌های مدیریتی است که به میزان زیادی نشان‌دهنده رفتارهای خودخواهانه است. به گونه کلی، اقدام مدیریت را می‌توان از طریق رویه‌های حاکمیت شرکتی شرکت بررسی نمود. برای نمونه، شکست انرون در سال ۲۰۰۱ به علت مکانیسم‌های حاکمیت شرکتی ضعیفی بود که فرصت ارتکاب

1. Wahlen et al.
2. Beaver et al.

تقلب را در برای مدیران اجرایی شرکت فراهم کرد. وردکام نیز اذعان کرده است که سودش در معرض مدیریت سود بوده است که نشان‌دهنده مشکلات عدم رعایت قانون در حسابداری و فقدان سیستم نظارتی خوب است (سانتراروک، ۲۰۰۹).

علت دیگری برای شکست کسب‌وکار شرکت را می‌توان اقتصاد کلان در نظر گرفت. بسیاری از اقتصاددان‌ها بر این باورند که پدیده‌های اقتصاد کلان نظیر: سیاست پولی انقباض، نرخ بهره زیاد، وضعیت اقتصاد و تورم زیاد با شکست شرکت‌ها در ارتباط هستند. اگرچه تأثیر شرایط اقتصاد کلان بر شکست شرکت در مقایسه با تحلیل نسبت‌ها یا حاکمیت شرکتی چندان مورد بررسی قرار نگرفته است، اما احتمالاً عوامل اقتصادی می‌توانند بر شکست شرکت تأثیر بگذارند (سانتراروک، ۲۰۰۹).

مروری بر پیشینه پژوهش

منصورفر و همکاران (۱۳۹۴) با به‌کارگیری ماشین بردار پشتیبان به پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نمونه مورد بررسی آن‌ها شامل ۵۹ شرکت درمانده و ۵۹ شرکت غیردرمانده طی دوره زمانی ۱۳۸۹-۱۳۸۰ بود. یافته‌های آن‌ها بیانگر این است که صحت مدل ماشین بردار پشتیبان با تابع چندجمله‌ای در مقایسه با مدل ماشین بردار پشتیبان با سایر توابع، بیشتر است. فلاح پور و همکاران (۱۳۹۷) به ارائه مدلی برای پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از ترکیب ماشین بردار پشتیبان با انتخاب ویژگی متوالی پیشرو شناور پرداختند. نمونه مورد بررسی آن‌ها شامل ۹۰ شرکت درمانده و ۹۰ شرکت سالم طی دوره زمانی ۱۳۹۱-۱۳۷۵ است. نتایج آن‌ها بیانگر این است که صحت مدل ماشین بردار پشتیبان با انتخاب ویژگی متوالی پیشرو شناور به گونه معناداری بیشتر از صحت مدل ماشین بردار پشتیبان با انتخاب ویژگی پیشرو متوالی، مدل ماشین بردار پشتیبان و رگرسیون لجستیک است.

مندس و همکاران^۱ (۲۰۱۴) به جای حذف یا جایگزینی داده‌های ناسازگار (برای نمونه، عدم برابری کل دارایی‌ها (بدهی‌ها) با مجموع دارایی‌های (بدهی‌های) جاری و غیرجاری، عدم برابری کل دارایی‌ها با مجموع کل بدهی‌ها و حقوق صاحبان سهام، عدم برابری سود خالص با مجموع کل درآمدها و کل هزینه‌ها، کمتر بودن کل دارایی‌ها از حقوق صاحبان سهام، منفی بودن مانده حساب دارایی‌های (بدهی‌های) جاری، دارایی‌های (بدهی‌های) غیرجاری یا سرمایه سهام و غیره)، آن را در قالب یک متغیر دامی همراه با سایر نسبت‌های مالی به‌عنوان ورودی ۱۶ الگوریتم طبقه‌بندی استفاده کردند. نمونه مورد بررسی آن‌ها سه مجموعه داده برگرفته از ۲۰۳۳ سازمان حفظ سلامت برزیل طی دوره ۷ ساله از ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷ بود. نتایج آن‌ها بیانگر این است که متغیر داده ناسازگار موجب بهبود معناداری در صحت طبقه‌بندی الگوریتم‌ها می‌شود. به بیان دقیق‌تر، این متغیر موجب کاهش طبقه‌بندی شرکت‌های درمانده مالی به‌عنوان شرکت سالم شده و همچنین، نرخ کل خطای برآوردی را نیز کاهش می‌دهد.

نینه و همکاران^۱ (۲۰۱۸) به ارائه مدلی برای پیش‌بینی درماندگی مالی ۸۰۰ شرکت پذیرفته شده در بورس سهام ویتنام طی دوره زمانی ۲۰۰۳ تا ۲۰۱۶، در مجموع ۶۷۳۶ مشاهده شامل ۵۱۶۱ مشاهده غیردرمانده و ۱۵۷۵ مشاهده درمانده مالی پرداختند. یافته‌های آن‌ها با استفاده از رگرسیون لجستیک بیانگر این است که عملکرد مدل پیش‌بینی حاوی متغیرهای حسابداری و اقتصاد کلان بهتر از عملکرد مدل حاوی متغیرهای بازار و اقتصاد کلان است.

متین و همکاران^۲ (۲۰۱۹) با به‌کارگیری یادگیری عمیق قسمت‌های متنی مندرج در گزارش‌های سالانه به پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌های دانمارکی پرداختند. نمونه مورد بررسی آن‌ها متشکل از ۲۷۸۰۴۷ شرکت-سال طی دوره زمانی ۲۰۱۶-۲۰۱۳ و ویژگی‌های مورد استفاده برای پیش‌بینی درماندگی شامل ۵۰ متغیر مالی عددی و متغیرهای متنی از جمله گزارش حسابرس و اظهارات مدیریت بود. مدل شبکه عصبی بازگشتی پیچشی^۳ آن‌ها بیانگر این است که به‌ویژه، در شرکت‌های بزرگ، داده‌های ساختار نیافته موجب ارتقای عملکرد پیش‌بینی درماندگی می‌شود. همچنین، یافته‌های آن‌ها حاکی از این است که گزارش‌های حسابرسی در مقایسه با اظهارات مدیریت، حاوی اطلاعات بیشتری است و مدل حاوی گزارش حسابرسی همراه با اظهارات مدیریت در مقایسه با مدل حاوی گزارش حسابرسی صرف، دارای برتری نیست.

این پژوهش از شش جهت عمده متفاوت از پژوهش‌های پیشین است: نخست، بسیاری از پژوهش‌های پیشین از روش نمونه‌گیری تطبیقی استفاده کرده‌اند که منجر به مشکل برآورد کننده‌ها و احتمالات ورشکستگی جانب‌دارانه می‌شود. نمونه تصادفی بزرگی از شرکت‌های غیر ورشکسته استفاده شده است تا نسبت شرکت‌های ورشکسته به غیر ورشکسته تقریبی از نسبت جامعه باشد. دوم، متغیرهای پیش‌بینی کننده متعددی از جمله، نسبت‌های مالی برگرفته از ترازنامه و صورت سود (زیان)، اطلاعات جریان وجوه نقد، متغیرهای بازار و نقد شوندگی سهام، حاکمیت شرکتی و متغیرهای کلان اقتصادی را شامل می‌شود. سوم، به‌منظور بهبود عملکرد مدل، آبرپارامترهای بهینه مدل تعیین می‌شوند. چهارم، معیارهای ارزیابی عملکرد متنوعی را بکار می‌گیرد. پنجم، مدل ایجاد شده بر روی نمونه آزمایشی کنار گذاشته شده، آزمون می‌شود. ششم، نخستین پژوهشی است که تمامی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران را مورد بررسی قرار می‌دهد.

پرسش‌های پژوهش

با توجه به مقدمه، مبانی نظری و پیشینه، این پژوهش به بررسی این می‌پردازد که آیا متغیرهای حسابداری، جریان وجوه نقد، بازار و نقد شوندگی، حاکمیت شرکتی و اقتصاد کلان می‌توانند بین شرکت‌های درمانده مالی و شرکت‌های موفق مالی تمایز ایجاد کنند؟ به بیان دقیق‌تر، آیا با به‌کارگیری این متغیرها به‌عنوان ورودی ماشین بردار پشتیبان می‌توان مدلی را برای پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ارائه کرد؟

1. Ninh et al.
2. Matin et al.
3. Convolutional Recurrent Neural Network

روش‌شناسی پژوهش

از آنجاکه این پژوهش، مبتنی بر داده است و نتایج آن از طریق مشاهده قابل تأیید است، در قالب پژوهش تجربی قرار می‌گیرد (کوتاری^۱، ۲۰۰۴). افزون بر این، با توجه به اینکه درصد پاسخگویی به سؤال‌های دنیای واقعی است، کاربردی (جانسن و کریستنسن^۲، ۲۰۱۴) و به دلیل به‌کارگیری داده‌های کمی، در زمره پژوهش کمی محض جای می‌گیرد (جانسن و کریستنسن، ۲۰۱۴). همچنین، این پژوهش، پژوهش غیرآزمایشی طولی (آینده‌نگر) پیش‌بینی‌کننده است. غیرآزمایشی از این جهت که هیچ‌گونه دست‌کاری یا تخصیص تصادفی وجود ندارد (بلی^۳، ۲۰۰۹). به دلیل جمع‌آوری داده‌های هر شرکت در چندین دوره زمانی، نیز پژوهش طولی از نوع پنل است. پیش‌بینی‌کننده به این دلیل که درصد پیش‌بینی متغیر هدف بر مبنای چندین متغیر پیش‌بینی‌کننده است (جانسن و کریستنسن، ۲۰۱۴).

متغیرهای پژوهش

در این پژوهش، از دو دسته متغیر استفاده می‌شود:

۱- **متغیر مستقل:** رویکرد معمول برای پیش‌بینی ورشکستگی این است که برای شناسایی مجموعه بزرگی از متغیرهای مستقل مالی یا غیرمالی بالقوه به مرور متون پرداخت و سپس، از طریق ترکیب تحلیل‌های ریاضیاتی و قضاوتی به مجموعه کوچک‌تری از متغیرهای مستقل دست یافت که ورشکستگی را پیش‌بینی می‌کنند (مک‌کی و لنزبرگ^۴، ۲۰۰۲). در این پژوهش، سه معیار جهت انتخاب نسبت‌های مالی برای پیش‌بینی بحران مالی استفاده شده است:

۱- نسبت‌های مالی باید به‌صورت متداول در متون پیش‌بینی بحران مالی مورداستفاده قرار گرفته باشند: بیش از ۸۵۲ متغیر یا نسبت مختلف از ۱۲۸ مقاله استخراج گردید. انتخاب تمامی این متغیرها برای ایجاد مدل غیرممکن است. از این‌رو، نسبت‌ها یا عواملی که بیشتر از سه دفعه در ۱۲۸ مقاله مورداستفاده قرار گرفته‌اند، انتخاب خواهند شد.

۲- اطلاعات موردنیاز برای محاسبه این نسبت‌های مالی باید در دسترس باشد: کشورهای مختلف ممکن است سیاست‌های حسابداری مختلفی داشته باشند و شرکت‌های مختلف متعلق به صنایع مختلف ممکن است انواع مختلفی از صورت‌های مالی داشته باشند. از این‌رو، معمولاً تمامی ۸۵۲ متغیر برای همه شرکت‌ها در همه پایگاه داده‌ها در دسترس نیست (ژو و همکاران^۵، ۲۰۱۲).

۳- تصمیم پژوهشگر بر مبنای تجربه قبلی خویش در پژوهش‌های پیشین یا بر مبنای آزمایش‌های مقدماتی

با در نظر گرفتن این سه معیار، ۱۲۴ متغیر پیش‌بین به شرح مندرج در جدول ۱ انتخاب شده است.

1. Kothari
2. Johnson and Christensen
3. Belli
4. McKee and Lensberg
5. Zhou et al.



جدول ۱. متغیرهای پیش‌بین (ورودی‌ها یا ویژگی‌ها)

طبقه	متغیر	
نسبت‌های مالی صورت سود (زیان)	۱- نسبت جاری = $\frac{\text{دارایی‌های جاری}}{\text{بدهی‌های جاری}}$ ، ۲- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۳- نسبت بدهی = $\frac{\text{کل بدهی‌ها}}{\text{گردش کل دارایی‌ها}}$ ، ۴- گردش کل دارایی‌ها = $\frac{\text{فروش}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۵- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{سود عملیاتی}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۶- سرمایه در گردش به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{سرمایه در گردش}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۷- نسبت سریع = $\frac{\text{دارایی‌های سریع}}{\text{بدهی‌های جاری}}$ ، ۸- حاشیه سود خالص = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{فروش}}$ ، ۹- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{فروش}}$	
	سهم = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$ ، ۱۰- سود ثبت‌شده به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{سود انباشته}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۱۱- دارایی‌های جاری به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{دارایی‌های جاری}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۱۲- نسبت پوشش بهره = $\frac{\text{سود عملیاتی}}{\text{هزینه بهره}}$ ، ۱۳- حقوق صاحبان سهام به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{حقوق صاحبان سهام}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۱۴- کل بدهی‌ها به حقوق صاحبان سهام = $\frac{\text{کل بدهی‌ها}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$ ، ۱۵- گردش حساب‌های دریافتی = $\frac{\text{فروش}}{\text{حساب‌های دریافتی}}$ ، ۱۶- حاشیه عملیاتی = $\frac{\text{سود عملیاتی}}{\text{فروش}}$ ، ۱۷- گردش موجودی کالا = $\frac{\text{بهای تمام شده کالای فروش رفته}}{\text{موجودی کالا}}$ ، ۱۸- وجه نقد به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{وجه نقد}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۱۹- هزینه بهره به فروش = $\frac{\text{هزینه بهره}}{\text{فروش}}$ ، ۲۰- وجه نقد به بدهی‌های جاری = $\frac{\text{وجه نقد}}{\text{بدهی‌های جاری}}$ ، ۲۱- گردش دارایی‌های جاری = $\frac{\text{فروش}}{\text{دارایی‌های جاری}}$ ، ۲۲- گردش دارایی‌های ثابت = $\frac{\text{فروش}}{\text{دارایی‌های ثابت}}$ ، ۲۳- حاشیه سود ناخالص = $\frac{\text{سود ناخالص}}{\text{فروش}}$ ، ۲۴- بدهی‌های جاری به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{بدهی‌های جاری}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۲۵- سود هر سهم = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{تعداد سهام عادی}}$ ، ۲۶- اندازه شرکت (لگاریتم کل دارایی‌ها) = $\frac{\text{گردش سرمایه در گردش}}{\text{سرمایه در گردش}}$ ، ۲۷- گردش سرمایه در گردش = $\frac{\text{فروش}}{\text{سرمایه در گردش}}$ ، ۲۸- رشد کل دارایی‌ها = $\frac{\text{بدهی بلندمدت}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۲۹- بدهی بلندمدت به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{بدهی بلندمدت}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۳۰- دارایی‌های سریع به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{دارایی‌های سریع}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۳۱- گردش حساب‌های پرداختی = $\frac{\text{گردش حساب‌های پرداختی}}{\text{حساب‌های پرداختی تجاری}}$ ، ۳۲- دارایی‌های سریع به فروش = $\frac{\text{دارایی‌های سریع}}{\text{فروش}}$ ، ۳۳- بدهی‌های جاری به کل بدهی‌ها = $\frac{\text{بدهی‌های جاری}}{\text{کل بدهی‌ها}}$ ، ۳۴- فروش به موجودی کالا = $\frac{\text{فروش}}{\text{موجودی کالا}}$ ، ۳۵- دوره حساب‌های دریافتی = $\frac{\text{حساب‌های دریافتی} \times 360}{\text{فروش}}$ ، ۳۶- سود خالص به دارایی‌های جاری = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{دارایی‌های جاری}}$ ، ۳۷- بدهی‌های بلندمدت به حقوق صاحبان سهام = $\frac{\text{بدهی‌های بلندمدت}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$ ، ۳۸- وجه نقد به فروش = $\frac{\text{وجه نقد}}{\text{فروش}}$ ، ۳۹- رشد فروش = $\frac{\text{رشد فروش}}{\text{فروش}}$ ، ۴۰- دارایی‌های ثابت به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{دارایی‌های ثابت}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۴۱- گردش حقوق صاحبان سهام = $\frac{\text{فروش}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$ ، ۴۲- رشد سود خالص (در صورت وجود سود خالص در سال گذشته) = $\frac{\text{سود (زیان) خالص سال جاری} - \text{سود خالص سال گذشته}}{\text{سود خالص سال گذشته}}$ ، در صورت وجود زیان خالص در سال گذشته + سود (زیان) خالص سال جاری / زیان خالص سال گذشته، ۴۳- حقوق صاحبان سهام به دارایی‌های ثابت = $\frac{\text{حقوق صاحبان سهام}}{\text{دارایی‌های ثابت}}$ ، ۴۴- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{دارایی‌های ثابت}}$ ، ۴۵- سرمایه در گردش به حقوق صاحبان سهام = $\frac{\text{سرمایه در گردش}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$ ، ۴۶- سود خالص به کل بدهی‌ها = $\frac{\text{سود خالص}}{\text{کل بدهی‌ها}}$ ، ۴۷- بدهی‌ها به خالص دارایی‌های مشهود = $\frac{\text{کل دارایی‌ها} - \text{دارایی‌های نامشهود}}{\text{کل بدهی‌ها}}$ ، ۴۸- خالص دارایی‌ها به ازای هر سهم = $\frac{\text{خالص دارایی‌ها}}{\text{تعداد سهام}}$ ، ۴۹- بدهی‌های جاری به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{بدهی‌های جاری}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۵۰- بهای تمام شده کالای فروش رفته به فروش = $\frac{\text{بهای تمام شده کالای فروش رفته}}{\text{فروش}}$ ، ۵۱- اندازه شرکت (لگاریتم فروش) = $\frac{\text{سود عملیاتی}}{\text{فروش}}$ ، ۵۲- حاشیه سود عملیاتی قبل از استهلاک = $\frac{\text{سود عملیاتی قبل از استهلاک}}{\text{فروش}}$ ، ۵۳- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{سود ناخالص}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۵۴- فروش به ازای کارکنان = $\frac{\text{فروش}}{\text{کل تعداد کارکنان}}$ ، ۵۵- تغییر در سود خالص = $\frac{(NI_t - NI_{t-1})}{(NI_t + NI_{t-1})}$ ، ۵۶- موجودی کالا به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{موجودی کالا}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۵۷- رشد دارایی‌های ثابت = $\frac{\text{رشد دارایی‌های ثابت}}{\text{دارایی‌های ثابت}}$ ، ۵۸- تعدیلات سنواتی به کل دارایی‌ها = $\frac{\text{تعدیلات سنواتی}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۵۹- تعدیلات سنواتی به فروش = $\frac{\text{تعدیلات سنواتی}}{\text{فروش}}$ ، ۶۰- هزینه مالیات به سود قبل از مالیات = $\frac{\text{هزینه مالیات}}{\text{سود قبل از مالیات}}$	
	نسبت‌های مالی نسبت جاری نسبت نقدی	۶۱- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{کل دارایی‌ها}}$ ، ۶۲- جریان نقدی عملیاتی به کل بدهی‌ها = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{کل بدهی‌ها}}$ ، ۶۳- جریان نقدی عملیاتی به بدهی‌های جاری = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{بدهی‌های جاری}}$ ، ۶۴- جریان نقدی عملیاتی به فروش = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{فروش}}$ ، ۶۵- جریان نقدی عملیاتی هر سهم = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{تعداد سهام عادی}}$ ، ۶۶- بزرگ‌داری‌ها = $\frac{\text{حقوق صاحبان سهام}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$ ، ۶۷- پوشش نقدی بهره = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{بهره پرداخت شده}}$ ، ۶۸- پوشش سرمایه‌گذاری مجدد = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{وجه نقد پرداختی بابت دارایی‌های بلندمدت}}$ ، ۶۹- پوشش پرداخت بدهی = $\frac{\text{جریان نقدی عملیاتی}}{\text{وجه نقد پرداختی بابت بازپرداخت بدهی‌های بلندمدت}}$ ، ۷۰- پوشش پرداخت سود سهام = $\frac{\text{پوشش پرداخت سود سهام}}{\text{سود سهام پرداخت شده}}$ ، ۷۱- پوشش خروجی

طبقه	متغیر
۷۳- سود تقسیمی هر سهم = سود خالص تقسیم شده / تعداد سهام عادی	۷۲- مالیات نقدی پرداختی به سود قبل از مالیات = مالیات پرداخت شده / سود قبل از مالیات
متغیرهای بازار سهام و نقد شوندگی	۷۴- ارزش بازار سهام به ارزش دفتری بدهی‌ها = $\frac{\text{ارزش بازار سهام}}{\text{ارزش دفتری بدهی‌ها}}$ - ۷۵- ارزش بازار سهام به ارزش دفتری سهام = $\frac{\text{ارزش بازار سهام}}{\text{ارزش دفتری سهام}}$ ۷۶- اندازه شرکت (لگاریتم ارزش بازار شرکت). ۷۷- بازدهی سهام، ۷۸- رتبه نقد شوندگی، ۷۹- قیمت سهام، ۸۰- ریسک سیستماتیک $\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_{i,t}, R_{M,t})}{\text{Var}(R_{M,t})}$ ، ۸۱- تعداد معامله‌های سهام، ۸۲- حجم معامله‌های سهام، ۸۳- ارزش معامله‌های سهام، ۸۴- تعداد روزهای معامله سهام، ۸۵- آمیوست $\text{Amivest}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{t=1}^{N_i} \frac{\text{Vol}_{i,t}}{ R_{i,t} }$ که در این رابطه، N_i : تعداد روزهای با بازده غیرصفر سهام i ، $\text{Vol}_{i,t}$: حجم معامله سهام i بر حسب ریال در روز t و $ R_{i,t} $: قدرمطلق بازده سهام i در روز t ، ۸۶- آمیهد $\text{Amihud}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{t=1}^{N_i} \frac{ R_{i,t} }{\text{Vol}_{i,t}}$ که در این رابطه، N_i : تعداد روزهای با حجم معامله غیرصفر سهام i ، $\text{Vol}_{i,t}$: حجم معامله سهام i بر حسب ریال در روز t و $ R_{i,t} $: قدرمطلق بازده سهام i در روز t ، ۸۷- سهام شناور آزاد (حاصل‌ضرب ضریب شناوری در مجموع سهام سهامداران غیرمدیریتی).
متغیرهای حاکمیت شرکتی	۸۸- تمرکز مالکیت $(\sum_{i=1}^{N_j} \text{SHARE}_{i,j})^2$ که در این رابطه، $\text{SHARE}_{i,j}$: درصد سهام تحت تملک سهامدار i در شرکت j ، ۸۹- سهامداران عمده (مجموع درصد سهام تحت تملک سهامداران دارای مالکیت بیشتر از ۵٪)، ۹۰- نخستین سهامدار بزرگ (درصد سهام تحت تملک نخستین سهامدار بزرگ دارای مالکیت بیشتر از ۵٪)، ۹۱- دومین سهامدار بزرگ (درصد سهام تحت تملک دومین سهامدار بزرگ دارای مالکیت بیشتر از ۵٪)، ۹۲- مالکیت مدیریتی (مجموع درصد سهام تحت تملک اعضای هیئت‌مدیره و مدیرعامل دارای مالکیت بیشتر از ۵٪)، ۹۳- مالکیت خانوادگی (مجموع درصد سهام تحت تملک اعضای خانواده‌های دارای مالکیت بیشتر از ۵٪)، ۹۴- مالکیت نهادی (مجموع درصد سهام تحت تملک سهامداران نهادی (بانک‌ها، شرکت‌های بیمه، صندوق‌های بازنشستگی، شرکت‌های سرمایه‌گذاری و سایر مؤسسه‌هایی که به خریدوفروش حجم بالایی از اوراق بهادار می‌پردازند) دارای مالکیت بیشتر از ۵٪)، ۹۵- اندازه مؤسسه حسابرسی (بزرگ (سازمان حسابرسی) و کوچک (سایر مؤسسه‌های حسابرسی))، ۹۶- نوع گزارش حسابرسی (مقبول، مشروط، عدم اظهارنظر، مردود)، ۹۷- تغییر حسابرس ((عدم تغییر حسابرس شرکت نسبت به سال گذشته)، ۹۸- اندازه هیئت‌مدیره (تعداد اعضای هیئت‌مدیره)، ۹۹- دوگانگی مدیرعامل (به‌کارگیری هم‌زمان یک مدیر به‌عنوان مدیرعامل و رئیس هیئت‌مدیره)، ۱۰۰- استقلال رئیس هیئت‌مدیره (موظف نبودن رئیس هیئت‌مدیره)، ۱۰۱- استقلال هیئت‌مدیره = $\frac{\text{تعداد اعضای غیرموظف هیئت‌مدیره}}{\text{تعداد کل اعضای هیئت‌مدیره}}$
متغیرهای اقتصاد کلان	۱۰۲- رشد تولید ناخالص داخلی به قیمت پایه، ۱۰۳- رشد تولید ناخالص ملی به قیمت پایه-ثابت، ۱۰۴- رشد صادرات کالاها و خدمات-ثابت، ۱۰۵- رشد واردات کالاها و خدمات-ثابت، ۱۰۶- شاخص کل قیمت بورس، ۱۰۷- رشد نقدینگی (پول + شبه پول)، ۱۰۸- نرخ بیکاری، ۱۰۹- نرخ بازار دلار، ۱۱۰- رشد سرمایه‌گذاری خارجی، ۱۱۱- نرخ تورم، ۱۱۲- رشد مخارج دولت (کل پرداخت‌ها)، ۱۱۳- چرخه تجاری (رونق)، ۱۱۴- رتبه صندوق بین‌المللی پول، ۱۱۵- شاخص کل تولید کارگاه‌های بزرگ صنعتی، ۱۱۶- شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، ۱۱۷- شاخص بهای تولیدکننده، ۱۱۸- نرخ اوراق مشارکت، ۱۱۹- نرخ وام - صنعت و معدن، ۱۲۰- نرخ بهره واقعی.
سایر متغیرها	۱۲۱- صنعت (طبقه‌بندی شرکت‌ها در ۳۷ صنعت بر اساس آیسیک ^۱)، ۱۲۲- سود انباشته به سرمایه، ۱۲۳- عمر شرکت بر حسب مدت پذیرش در بورس، ۱۲۴- عمر شرکت بر حسب زمان تأسیس.

منبع: یافته‌های پژوهش

۲- **متغیر وابسته:** در مطالعات تجربی مندرج در متون، ورشکستگی و درماندگی مالی به جای یکدیگر به کار گرفته شده‌اند. استفاده از درماندگی مالی موجب انعطاف‌پذیری در مرحله پژوهش می‌شود. درماندگی

مالی در مقایسه با ورشکستگی تعریف متداول‌تری است و برای افزایش اندازه نمونه به پژوهش محدودیت‌هایی در پژوهش و کاهش اندازه نمونه می‌شود. استفاده از درماندگی مالی نه تنها در عمل بلکه در تئوری نیز دارای برتری است؛ زیرا همه شرکت‌های درمانده مالی ورشکسته نمی‌شوند. ورشکستگی آخرین گزینه برای شرکت‌هایی است که نمی‌توانند مشکلات مالی خودشان را حل کنند. به گونه خلاصه، استفاده از ورشکستگی تنها موجب محدود شدن به یک جنبه از درماندگی مالی می‌شود (آکتان^۱، ۲۰۱۱).

از این رو، در این پژوهش، برای تشریح وضعیت شرکت‌های روبه‌رو با دشواری مالی از عبارت درماندگی مالی استفاده می‌شود. افزون بر این، برای تشخیص شرکت‌های درمانده مالی نیز درماندگی مالی بر اساس ماده ۱۴۱ قانون تجارت ایران تعریف می‌شود (کاتبی، ۱۳۸۰):

اگر بر اثر زیان‌های وارده حداقل نصف سرمایه شرکت از میان برود، هیئت‌مدیره مکلف است بلافاصله مجمع عمومی فوق‌العاده صاحبان سهام را دعوت نماید تا موضوع انحلال یا بقاء شرکت مورد شور و رأی واقع شود. جامعه آماری این پژوهش، شامل تمامی شرکت‌های پذیرفته شده در فرابورس و بورس اوراق بهادار تهران است. برای اجتناب از انتقادهای وارد بر جانب‌داری نمونه جفت تطبیقی، در این پژوهش از نمونه‌ای استفاده خواهد شد که نشان‌دهنده نرخ درماندگی واقعی است. داده‌های ۴۲۱ شرکت پذیرفته شده در فرابورس و بورس اوراق بهادار تهران طی دوره ۱۶ ساله از سال ۱۳۹۵-۱۳۸۰ در تمامی صنایع به جز صنعت مالی گنجانده خواهد شد. این روش نمونه‌گیری، امکان ارزیابی تأثیر اندازه شرکت و صنعت بر احتمال درماندگی مالی را فراهم می‌کند. بر این اساس شرکت‌های خدمات مالی نظیر بانک‌ها، بیمه‌ها، کارگزاری‌ها، لیزینگ‌ها و غیره در تجزیه و تحلیل گنجانده نشده‌اند (أهلسن^۲، ۱۹۸۰؛ لی و همکاران^۳، ۲۰۰۵؛ پندهارکار^۴، ۲۰۰۵؛ چانچارات^۵، ۲۰۰۸؛ لی و میو^۶، ۲۰۱۰)؛ زیرا شرکت‌های عضو این صنایع از دیدگاه ساختاری متفاوت هستند، محیط ورشکستگی متفاوتی دارند و در برخی موارد، به دست آوردن داده‌های مربوطه آن‌ها دشوار است (أهلسن، ۱۹۸۰). افزون بر این، مؤسسه‌های مالی نظیر بانک‌های تجاری یا بانک‌های سرمایه‌گذاری به این دلیل در این مجموعه داده گنجانده نشده‌اند که در اقتصاد ایران، سرنوشت چنین واسطه‌گری‌های مالی به نظر می‌رسد که بیشتر تحت تأثیر سیاست‌های دولت و نه وضعیت مالی خودشان باشد (لی و همکاران، ۲۰۰۵). انتظار بر این است که به کارگیری کل صنایع شرکت‌های پذیرفته شده به ارائه مدل پیش‌بینی درماندگی مالی اثربخشی در بورس اوراق بهادار تهران منجر شود؛ زیرا این نمونه می‌بایست معرف کل اقتصاد ایران باشد.

در این پژوهش، اطلاعات موردنیاز بخش مبانی نظری و پیشینه پژوهش، داده ثانویه از نوع مستندات رسمی و داده‌های موردنیاز بخش مدل‌سازی، داده ثانویه از نوع داده‌های پژوهشی آرشویی به شرح مندرج در جدول ۲ است (جانسن و کریستنسن، ۲۰۱۴).

1. Aktan
2. Ohlson
3. Lee et al.
4. Pendharkar
5. Chancharat
6. Li & Miu

جدول ۲. منبع گردآوری داده‌ها

منبع گردآوری	داده و اطلاعات
مجله‌ها و کتاب‌های تخصصی لاتین	مبانی نظری و پیشینه پژوهش
صورت‌های مالی اساسی مندرج در سایت کدال، بانک‌های اطلاعاتی سازمان بورس اوراق بهادار تهران، نرم‌افزار ره‌آورد نوین، نرم‌افزار تدبیر پرداز	نسبت‌های مالی مبتنی بر ترازنامه و صورت سود (زیان)، نسبت‌های جریان نقدی
سایت بورس اوراق بهادار تهران و نرم‌افزار تی اس ای کلاینت ^۱	متغیرهای بازار سهام و نقد شوندگی
صورت‌های مالی اساسی و اطلاعاتی‌های مندرج در سایت کدال	متغیرهای حاکمیت شرکتی
سایت بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، سایت صندوق بین‌المللی پول، گزارش کلان اقتصادی پژوهشکده پولی و بانکی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران	متغیرهای اقتصاد کلان
صورت‌های مالی اساسی مندرج در سایت کدال، سایت بورس اوراق بهادار تهران	سایر متغیرها

روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

پیش پردازش: پیش پردازش داده‌ها یک گام مهم برای داده‌کاوی با کیفیت خوب در فرآیندهای داده‌کاوی یا کشف دانش در پایگاه داده است (تسای و چنگ^۱، ۲۰۱۲). تکنیک‌های پیش پردازش مورد استفاده در این پژوهش عبارت‌اند از:

پاک‌سازی داده: در این فرآیند، نخست رکوردهای تکراری حذف گردیدند اما به علت حجم اندک داده‌های در دسترس و زیاد بودن رکوردهای حاوی مقادیر گمشده، رکوردهای حاوی مقادیر گمشده حذف نشدند و بر حسب مورد به صورت دستی از طریق گزارش‌های مالی مندرج در سایت کدال و سایت بورس اوراق بهادار تهران، میانگین مقدار آن متغیر در سال قبل و بعد همان شرکت، یا مقدار آن متغیر در سال بعد همان شرکت تکمیل شده‌اند.

ترکیب داده: در این فرآیند، چندین منبع داده شامل ترازنامه، صورت سود و زیان، صورت جریان وجوه نقد، حاکمیت شرکتی، داده‌های بازار سهام و نقد شوندگی بر اساس دو شناسه نام (نماد) شرکت و سال و متغیرهای کلان اقتصادی بر اساس شناسه سال ادغام شده‌اند.

استخراج ویژگی‌های اولیه: ویژگی‌های استخراجی اولیه در جدول ۱، ارائه شده‌اند. با توجه به اینکه از یک‌سوی، برای محاسبه برخی نسبت‌های مالی به اطلاعات سال گذشته نیاز است و از سوی دیگر، برای پیش‌بینی درماندگی مالی نیز از ویژگی‌های یک سال قبل استفاده می‌شود، نمونه انتخابی شامل ۳۶۷۰ سال-شرکت و ۱۲۳ ویژگی است.

وان هات انکدینگ^۳: با توجه به اینکه ویژگی صنعت، یک متغیر طبقه‌ای اسمی هست، بر روی این ویژگی، وان هات انکدینگ اجرا شده است. پس از اجرای وان هات انکدینگ، به مجموعه داده، ۳۷ ستون

1. TSEclient
2. Tsai and Cheng
3. One-hot Encoding



جدید با مقادیر صرفاً ۱-۰ افزوده شده است؛ اما از آنجاکه ویژگی نوع اظهار نظر حسابرس، متغیر طبقه‌ای ترتیبی است، با استفاده از اعداد ۱ تا ۴ به مقادیر عددی تبدیل شده است.

ساخت ویژگی: ویژگی جدیدی تحت عنوان نسبت سود (زیان) انباشته به سرمایه سال قبل برای پیش‌بینی در ماندگی مالی در سال بعد ساخته شده است.

سپس، ۷۰٪ داده آماده شده به صورت تصادفی انتخاب می‌شود تا برای آموزش مدل استفاده شود در حالی که ۳۰٪ داده به عنوان مجموعه آزمایشی کنار گذاشته شده در نظر گرفته می‌شود تا در ارزیابی نهایی مورد استفاده قرار گیرد (آلکسی^۱، ۲۰۱۷). طی فرآیند آموزش، برای ارزیابی ترکیبات مختلف ابر پارامترهای الگوریتم یادگیری از اعتبارسنجی متقابل k لایه طبقه‌ای (با $k = 5$) استفاده شده است.

مقیاس‌دهی ویژگی‌ها: در این پژوهش، برای مقیاس‌دهی ویژگی‌ها از استانداردسازی استفاده شده است. رویه استانداردسازی را می‌توان با معادله زیر بیان کرد:

$$x_{std}^{(i)} = \frac{x^{(i)} - \mu_x}{\sigma_x} \quad (1)$$

که در این رابطه: μ_x میانگین نمونه یک ستون ویژگی خاص و σ_x انحراف معیار مربوط به آن است (راسچکا، ۲۰۱۵).

آموزش الگوریتم یادگیری: در این پژوهش از ماشین بردار پشتیبان به عنوان الگوریتم یادگیری استفاده می‌شود. ماشین بردار پشتیبان تعیین‌کننده محل بهینه ابرصفحه (مرز تصمیم) جداکننده دو کلاس است. نزدیک‌ترین نمونه‌های آموزشی به این ابرصفحه برای تعیین جهت و موقعیت خط مورد استفاده قرار می‌گیرند و بردارهای پشتیبان نامیده می‌شوند. هدف، حداکثر کردن حاشیه‌ای است که در قالب فاصله بین مرز تصمیم (ابرفصل) و نزدیک‌ترین بردارهای پشتیبان تعریف می‌شوند (جاگسار^۲، ۲۰۱۶).

یادگیری نامتوازن: هنگامی که یک طبقه‌بندی‌کننده استاندارد بر روی یک داده نامتوازن بکار گرفته می‌شود، مدلی که کورکورانه تمامی نمونه‌ها را به عنوان کلاس اکثریت طبقه‌بندی می‌کند، کماکان می‌تواند به نرخ طبقه‌بندی نادرست اندکی دست یابد؛ بنابراین، نه تنها به چارچوب مناسب‌تری برای مسائل داده نامتوازن نیاز است بلکه به سیستمی نیاز است که مدل‌های دارای نرخ طبقه‌بندی نادرست متوازن‌تر در بین کلاس‌ها را انتخاب کند. مسئله نخست، معمولاً با اصلاح‌های مبتنی بر داده یا الگوریتم روش‌های کلاسیک قابل حل و فصل است. مسئله بعدی به این موضوع می‌پردازد که چه معیاری برای ارزیابی مسائل کلاس نامتوازن مناسب‌تر است (رن^۳، ۲۰۱۴)؟ در این پژوهش، با توجه به اینکه مجموعه داده در ماندگی مالی، نامتوازن است، برای پاسخ به مسئله نخست از روش یادگیری حساس به هزینه استفاده شده است. این روش مستلزم اختصاص هزینه‌های مختلف به نمونه‌های دارای طبقه‌بندی نادرست، از طریق ماتریس هزینه است.

1. Oleksy
2. Jagesar
3. Ren



برای نمونه، فرض کنید $C(i, j)$ هزینه طبقه‌بندی نمونه کلاس i ام به‌عنوان کلاس j ام است. آنگاه، معمولاً، $C(i, i) = 0$ و $C(i, j) \geq C(j, i)$ در نظر گرفته خواهد شد چنانچه فراوانی کلاس i ام کمتر باشد. هدف از این کار، حداقل نمودن هزینه کل بعد از اجرای ماتریس هزینه هست (رن، ۲۰۱۴). افزون بر این، برای پاسخ به مسئله بعدی نیز نمره F_1 به‌عنوان معیار ارزیابی عملکرد انتخاب می‌شود؛ زیرا نمره F_1 هنگام بررسی مسئله کلاس نامتوازن مناسب‌تر از AUC است. افزون بر این، AUC معیاری مبتنی بر منحنی جهت نمایش عملکرد میانگین یا کلی یک طبقه‌بندی کننده است درحالی‌که نمره F_1 معیاری نقطه‌ای است که در برخی موارد در عمل معنادارتر است (فن^۱، ۲۰۱۶).

بهینه‌سازی آبرپارامتر: آبرپارامترها، پارامترهای مختص مدل هستند که برای بهینه‌سازی مدل مورد استفاده قرار می‌گیرند. معمولاً، به‌منظور بهینه‌سازی عملکرد مدل و کاهش واریانس و سوگیری مدل باید آبرپارامترها را تنظیم کرد (بونس^۲، ۲۰۱۷). جستجوی شبکه‌ای، تکنیک بهینه‌سازی آبرپارامتر قدرتمندی است که با یافتن ترکیب بهینه مقادیر آبرپارامترها می‌تواند به بهبود عملکرد مدل کمک کند (راسچکا^۳، ۲۰۱۵). به‌کارگیری اعتبارسنجی متقابل k لایه همراه با جستجوی شبکه‌ای، رویکرد مفیدی برای میزان‌سازی دقیق عملکرد مدل یادگیری ماشین از طریق تغییر مقادیر آبرپارامترهای آن هست (راسچکا، ۲۰۱۵)؛ اما بهینه‌سازی آبرپارامترها با استفاده از جستجوی شبکه‌ای به روش اعتبارسنجی متقابل، فرآیندی مستلزم صرف منابع و زمان زیاد است. از این‌رو، در این پژوهش، فضای جستجوی آبرپارامترها و همچنین، تعداد تکرارهای اعتبارسنجی متقابل محدود شده است (آلکسی، ۲۰۱۷).

پس از آموزش ماشین بردار پشتیبان با مقادیر مختلف آبرپارامترها و ارزیابی عملکرد آن، آبرپارامترهای مندرج در جدول ۳، به‌عنوان آبرپارامترهای بهینه مدل انتخاب شده‌اند که به مدل دارای بهترین عملکرد از نظر توان پیش‌بینی منجر می‌شوند.

جدول ۳. آبرپارامترهای بهینه

مقادیر	آبرپارامترها	مقادیر	آبرپارامترها
<i>poly</i>	<i>kernel</i>	۰/۱۱	C
<i>auto_deprecated</i>	<i>gamma</i>	۳	Degree
<i>True</i>	<i>shrinking</i>	۰	coef0
۲۰۰	<i>cache_size</i>	۰/۰۰۱	<i>tol</i>
<i>ovr</i>	<i>decision_function_shape</i>	{۰:۱, ۱:۳۰}	<i>class_weight</i>

منبع: یافته‌های پژوهش

سیس، مدل انتخابی، بر روی کل ۷۰٪ داده آموزشی تفکیک شده، آموزش داده می‌شود. آموزش مدل با استفاده از کل مجموعه داده آموزشی، به ماتریس درهم ریختگی مندرج در جدول ۴، منجر می‌شود.

1. Fan
2. Bonnes
3. Raschka



جدول ۴. ماتریس درهم ریختگی مجموعه داده آموزشی

واقعی		وضعیت	
تعداد شرکت درمانده	تعداد شرکت سالم	تعداد شرکت سالم	پیش‌بینی شده
۲۱	۲۳۷۵	تعداد شرکت سالم	پیش‌بینی شده
۷۴	۹۹	تعداد شرکت درمانده	
۹۵	۲۴۷۴	جمع	

منبع: یافته‌های پژوهش

معیارهای ارزیابی عملکرد طبقه‌بندی کننده انتخابی بر روی کل مجموعه داده آموزشی در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵. معیارهای ارزیابی مجموعه داده آموزشی

مقدار	معیار	مقدار	معیار
۵۶٪	ضریب همبستگی متیوز	۹۵٪	صحت
۸۶٪	میانگین هندسی	۴۳٪	دقت
۸۷٪	شاخص صحت متوازن	۷۸٪	فراخوانی
۲۲٪	خطای نوع ۱	۵۵٪	معیار F
۰۴٪	خطای نوع ۲	۵۳٪	کاپا کوهن
		۹۷٪	ناحیه زیر منحنی مشخصه عملیاتی دریافت کننده

منبع: یافته‌های پژوهش

ارزیابی مدل نهایی

ارزیابی مدل نهایی به معنای برآورد عملکرد مدل انتخابی بر روی داده جدید است. از این رو، عملکرد مدل انتخابی در قسمت قبل، بر روی ۳۰٪ داده آزمایشی کنار گذاشته شده، مورد آزمون قرار می‌گیرد. پس از ارائه مجموعه داده آزمایشی به مدل انتخابی، ماتریس درهم ریختگی مندرج در جدول ۶ به دست می‌آید.

جدول ۶. ماتریس درهم ریختگی مجموعه داده آزمایشی

واقعی		وضعیت	
تعداد شرکت درمانده	تعداد شرکت سالم	تعداد شرکت سالم	پیش‌بینی شده
۱۳	۱۰۲۰	تعداد شرکت سالم	پیش‌بینی شده
۲۷	۴۱	تعداد شرکت درمانده	
۴۰	۱۰۶۱	جمع	

منبع: یافته‌های پژوهش

معیارهای ارزیابی حاصل از ماتریس درهم ریختگی مجموعه داده آزمایشی به شرح مندرج در جدول ۷ است.

جدول ۷. معیارهای ارزیابی مجموعه داده آزمایشی

مقدار	معیار	مقدار	معیار
۵۰٪	ضریب همبستگی متیوز	۹۵٪	صحت
۸۱٪	میانگین هندسی	۴۰٪	دقت
۸۲٪	شاخص صحت متوازن	۶۸٪	فراخوانی
۳۳٪	خطای نوع ۱	۵۰٪	معیار F
۰۴٪	خطای نوع ۲	۴۸٪	کاپا کوهن
		۹۴٪	ناحیه زیر منحنی مشخصه عملیاتی دریافت کننده

منبع: یافته‌های پژوهش

نتیجه‌گیری و بحث

هدف پژوهش حاضر، ارائه مدلی برای پیش‌بینی در ماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در فرابورس و بورس اوراق بهادار تهران است. بر اساس نتایج این پژوهش، مدل ماشین بردار پشتیبان به نمره $F1$ ، ضریب همبستگی متیوز، فراخوانی و دقتی به ترتیب برابر با $۰/۵۵$ ، $۰/۵۶$ ، $۰/۷۸$ و $۰/۴۳$ بر روی مجموعه آموزشی منجر می‌شود. افزون بر این، آزمون مدل پیشنهادی بر روی مجموعه آزمایشی کنار گذاشته شده حاکی از این است که نمره $F1$ ، ضریب همبستگی متیوز، فراخوانی و دقتی به ترتیب برابر با $۰/۵۰$ ، $۰/۵۰$ ، $۰/۶۸$ و $۰/۴۰$ بر روی مجموعه آزمایشی به دست می‌آید؛ بنابراین، اطلاعات صورت‌های مالی، بازار سهام، حاکمیت شرکتی و متغیرهای اقتصاد کلان می‌تواند به‌عنوان ابزاری برای علامت‌دهی در ماندگی مالی مورد استفاده قرار گیرد. عملکرد مدل ارائه شده در این پژوهش با مدل‌های ارائه شده در پژوهش‌های داخلی قابل مقایسه نیست؛ زیرا تمامی پژوهش‌های داخلی از رویکرد نمونه‌گیری متوازن استفاده کرده‌اند. همچنین، به دلیل اینکه مدل‌های ارائه شده در پژوهش‌های خارجی بر روی داده‌های شرکت‌های پذیرفته شده در فرابورس و بورس اوراق بهادار تهران مورد آزمون قرار نگرفته‌اند، مقایسه دقیق با عملکرد این مدل‌ها نیز چندان معتبر نیست. با این وجود، عملکرد مدل پیشنهادی در این پژوهش از نظر ناحیه زیر منحنی مشخصه عملیاتی دریافت کننده، خطای نوع ۱ و خطای نوع ۲ برتر از عملکرد مدل پژوهش لی و همکاران (۲۰۱۷) و رزندی و همکاران^۱ (۲۰۱۷)، همچنین، از نظر ناحیه زیر منحنی مشخصه عملیاتی دریافت کننده و خطای نوع ۲ برتر و از نظر خطای نوع ۱ ضعیف‌تر از عملکرد مدل پژوهش موسوی و همکاران (۲۰۱۹) است.

به‌طور کلی، پژوهش بیور و همکاران (۲۰۰۵) نیز بیانگر این است که محتوای اطلاعاتی داده‌های صورت‌های مالی برای هشدار در ماندگی مالی در طی زمان کاسته نشده است. از این رو، یافته‌های این پژوهش با یافته‌های آن‌ها سازگار است اگرچه این پژوهش‌ها در محیط متفاوت و با استفاده از تکنیک‌های تحلیلی متفاوتی در دوره‌های زمانی مختلفی انجام شده‌اند.

در انجام این پژوهش محدودیت‌هایی به شرح زیر وجود داشت: حجم اندک داده در دسترس، محدودیت‌هایی را در خصوص به‌کارگیری الگوریتم‌های پیچیده ایجاد می‌کند. از یک‌سو، پذیرش تعریف

قانونی از درماندگی مالی طبق ماده ۱۴۱ قانون تجارت و از سوی دیگر، احتمال دست‌کاری حساب‌ها، ابهاماتی را در خصوص تمایز دقیق شرکت‌های درمانده از غیردرمانده مطرح می‌کند. به بیان دقیق‌تر، نه تنها خود شرکت‌ها تمایل دارند که به‌منظور عدم شمول ماده ۱۴۱ قانون تجارت، صورت‌های مالی خود را دست‌کاری نمایند بلکه قانون‌گذار نیز انتقال مازاد تجدید ارزیابی شرکت‌ها به حساب افزایش سرمایه را برای شرکت‌های مشمول ماده ۱۴۱ قانون تجارت که به‌وسیله این تجدید ارزیابی از ماده ۱۴۱ قانون تجارت خارج شوند را مجاز می‌داند هرچند که از لحاظ محتوایی و بنیادی، تغییر اساسی در ساختار مالی شرکت‌ها ایجاد نمی‌شود و صرفاً نوعی حساب آرایه است. بدیهی است که عدم تفکیک دقیق شرکت‌های درمانده از غیردرمانده تأثیر منفی بر عملکرد مدل می‌گذارد.

در راستای بهره‌مندی از مزایای مدل پیش‌بینی درماندگی مالی، به تدوین‌کنندگان قوانین بازار سرمایه و بانک مرکزی پیشنهاد می‌شود درصد ایجاد و به‌کارگیری مدل پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌ها برآیند تا بتوانند به‌راحتی ثبات اقتصادی را نظارت و تضمین کنند، اقدامات مناسبی جهت پیشگیری از درماندگی مالی و ورشکستگی‌های بالقوه انجام دهند و سیاست‌هایی را اتخاذ کنند که در کشف درماندگی مالی مؤثر باشند. افزون بر این، چنین مدلی به آژانس‌های رتبه‌بندی اعتباری، تأمین‌کنندگان بدهی و دارندگان اوراق مالکانه کمک می‌کند تا سلامت مالی شرکت‌ها را تجزیه و تحلیل نمایند و بر اساس آن، در خصوص ارائه مشاوره، تأمین اعتبار و خریدوفروش سرمایه‌گذاری تصمیم‌گیری نمایند. همچنین، به پژوهشگران آتی پیشنهاد می‌شود که با افزایش حجم داده‌های مورد استفاده و به‌کارگیری الگوریتم‌های غیرخطی نظیر مدل‌های یادگیری عمیق، عملکرد مدل را بهبود دهند.

ملاحظات اخلاقی:

حامی مالی: مقاله حامی مالی ندارد.

مشارکت نویسندگان: تمام نویسندگان در آماده‌سازی مقاله مشارکت داشتند.

تعارض منافع: بنا بر اظهار نویسندگان در این مقاله هیچگونه تعارض منافی وجود ندارد.

تعهد کپی‌رایت: طبق تعهد نویسندگان حق کپی‌رایت رعایت شده است.



منابع

- فلاح‌پور، سعید، راعی، رضا و نوروزیان لکوان، عیسی. (۱۳۹۷). استفاده از روش ترکیبی انتخاب ویژگی پی‌درپی پیشرو شناور و ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی درماندگی مالی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، (۳)، ۲۰، صص. ۲۸۹-۳۰۴.
- کاتبی، حسینقلی. (۱۳۸۰). *حقوق تجارت*. چاپ هفتم، تهران: انتشارات گنج دانش.
- منصورفر، غلامرضا، غیور، فرزاد و لطفی، بهناز (۱۳۹۴). *توانایی ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی درماندگی مالی*. پژوهش‌های تجربی حسابداری، (۱۷)، ۵، صص. ۱۷۷-۱۹۵.
- Aktan, S. (2011). **Early warning system for bankruptcy: Bankruptcy prediction (Doctoral dissertation, Karlsruhe Institute of Technology, KIT)**. Retrieved from <https://d-nb.info/1019790032/34>.
- Beaver, W. H. Correia, M. & McNichols M. F. (2010). **Financial statement analysis and the prediction of financial distress**, *Foundations and Trends in Accounting*, 5(2), pp.99–173.
- Beaver, W. H. McNichols, M. F. & Rhie, J. W. (2005). **Have financial statements become less informative? Evidence from the ability of financial ratios to predict bankruptcy**. *Review of Accounting Studies*, 10(1), pp. 93–122.
- Belli, G. (2009). Nonexperimental quantitative research. In S. D. Lapan & M. T. Quartaroli (Eds.), *Research essentials: An introduction to designs and practices*. (pp. 59-77). Jossey-Bass Publications.
- Bonnes, K. (2017). **Predicting mortgage demand using machine learning techniques (Master Thesis, University of Twente)**. Retrieved from https://essay.utwente.nl/73640/7/Bonnes_MA_EEMCS.pdf.
- Chancharat, N. (2008). **An empirical analysis of financially distressed Australian companies: The application of survival analysis (Doctoral dissertation, University of Wollongong)**. Retrieved from <https://ro.uow.edu.au/theses/401/>.
- Fan, X. (2016). **An adaptive and diversity-based ensemble method for binary classification (Master Thesis, Carleton University)**. Retrieved from https://curve.carleton.ca/system/files/etd/e2e72ad2-2da5-47b8-ab6a-28810d5eb197/etd_pdf/81f038dc409086dafcc1cced7b46be03/fan-anadaptiveanddiversitybasedensemblemethod.pdf.
- Jagesar, R. (2016). **Machine learning dissected (Master Thesis, Utrecht University)**. Retrieved from <https://dspace.library.uu.nl/handle/1874/335047>.

Johnson, R. B. & Christensen, L. (2014). **Educational research: quantitative, qualitative, and mixed approaches (5th ed)**. London: SAGE Publications, Inc.

Katebi, H. (2001). **Law of commercial**. Tehran: Ganj-E-Danesh Publications. (In Persian).

Khajavi, Sh. & Ghadirian-Arani, M. H. (2018). **The role of managerial ability in financial distress prediction**, *Financial Accounting Researches*, 9(4), pp.83-102. (In Persian).

Kothari, C. R. (2004). **Research methodology, methods and techniques**. New Delhi: New Age International (P) Ltd. Publishers.

Lee, K. Booth, D. & Alam, P. (2005). **A comparison of supervised and unsupervised neural networks in predicting bankruptcy of Korean firms**, *Expert Systems with Applications*, 29(1), pp.1-16.

Li, M. Y. L. & Miu, P. (2010). **A hybrid bankruptcy prediction model with dynamic loadings on accounting-ratio-based and market-based information: A binary quantile regression approach**, *Journal of Empirical Finance*, 17(4), pp.818-833.

Li, Z. Crook, J. & Andreeva, G. (2017). **Dynamic prediction of financial distress using Malmquist DEA**, *Expert Systems with Applications*, 80, pp.94-106.

Matin, R. Hansen, C. Hansen, C. & Mølgaard, P. (2019). **Predicting distresses using deep learning of text segments in annual reports**, *Expert Systems with Applications*, 132, pp.199-208.

McKee, T. E. & Lensberg, T. (2002). **Genetic programming and rough sets: A hybrid approach to bankruptcy classification**, *European Journal of Operational Research*, 138(2), pp.436-451.

Mendes, A. Cardoso, R. L. Mário, P. C. Martinez, A. L. & Ferreira, F. R. (2014). **Insolvency prediction in the presence of data inconsistencies, Intelligent Systems in Accounting**, *Finance and Management*, 21, pp.155-167.

Mousavi, M. M. Ouenniche, J. & Tone, K. (2019). **A comparative analysis of two-stage distress prediction models**, *Expert Systems with Applications*, 119, pp.322-341.

Ninh, P. V. B. Do Thanh, T. & Hong, D. V. (2018). **Financial distress and bankruptcy prediction: An appropriate model for listed firms in Vietnam**, *Economic Systems*, 42(4), pp.616-624.

Ohlson, J. A. (1980). **Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy**, *Journal of Accounting Research*, 18(1), pp.109–131.

Oleksy, T. A. (2017). **Machine learning methods for mood disorder decision support (Master Thesis, University of Bergen)**. Retrieved from <http://bora.uib.no/bitstream/handle/1956/16259/actigraphdataformoods.pdf?sequence=4&isAllowed=y>.

Pendharkar, P. C. (2005). **A threshold-varying artificial neural network approach for classification and its application to bankruptcy prediction problem**, *Computers & Operations Research*, 32(10), pp.2561–2582.

Raschka, S. (2015). *Python machine learning*. Birmingham: Packt Publishing Ltd.

Ren, J. (2014). **Robust feature selection with penalized regression in imbalanced high dimensional data** (Doctoral Dissertation, University of Southern California). Retrieved from <http://digitallibrary.usc.edu/cdm/ref/collection/p15799coll3/id/443080>.

Rezende, F. F. Montezano, R. M. da S. Oliveira, F. N. de, & Lameira, V. de J. (2017). **“Predicting financial distress in publicly-traded companies**, *Revista Contabilidade & Finanças*, 28(75), pp.390–406.

Suntraruk, P. (2009). **Predicting Financial Distress: Evidence from Thailand**. Retrieved from <http://www.efmaefm.org/0EFMAMEETINGS/EFMA%20ANNUAL%20MEETINGS/2009-milan/phd/phasawan.Pdf>.

Tsai, C. F. & Cheng, K. C. (2012). **Simple instance selection for bankruptcy prediction**, *Knowledge-Based Systems*, 27, pp.333–342.

Wahlen, J. M. Baginski, S. P. & Bradshaw, M. T. (2010). **Financial Reporting, Financial Statement Analysis, and Valuation: A Strategic Perspective**. *South-Western Cengage Learning*, Inc. 7Ed, USA.

Zhou, L. Lai, K. K. & Yen, J. (2012). **Empirical models based on features ranking techniques for corporate financial distress prediction**, *Computers and Mathematics with Applications*, 64(8), pp.2484–2496.

