

Research Paper

# Reflection of Ultra-Short Light Pulses in Multilayer Dielectric Structures and Micro-resonators by FDTD Method<sup>1</sup>

Noushin Dadashzadeh Gargari<sup>2</sup>

Received: 2023.08.12

Revised: 2023.11.12

Accepted: 2023.12.22

## Abstract

In the last two decades, photonic crystals and structures that are based on them (photonic structures) have been examined and have been widely utilized in various optical applications. In this article, a theoretical and numerical model for the propagation of electromagnetic waves in multilayer dielectric structures is developed. The propagation of ultra-short light pulses in multilayer media and microresonators is investigated, and the energy reflection and transmission coefficients depending on the parameters of the environment and duration of the optical pulse are calculated. A method for calculating the transmission and reflection spectra of one-dimensional photonic crystal based on FDTD modeling with the emission of ultra-short optical pulses is proposed. To calculate the transmission and reflection spectrum of a one-dimensional photonic crystal and to simulate the propagation of ultra-short light pulses, in multilayer dielectric structures and microresonators, based on the numerical solution of Maxwell's equations with the finite difference approximation in the space-time domain, is performed.

**Keywords:** *Photonic Crystals, Micro Resonators, Numerical Simulation, Maxwell's Equations, FDTD Method.*

<sup>1</sup> <https://doi.org/10.22051/ijap.2023.44652.1342>

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Aras Branch, Jolfa, East Azerbaijan, Islamic Azad University, Jolfa, Iran. Email: noushindadashzadeh@yahoo.com

# بازتاب پالس‌های نوری فوق‌کوتاه در ساختارهای دی‌الکتریک چندلایه‌ای و میکرورزوناتورها به روش FDTD<sup>۱</sup>

نوشین داداش‌زاده گرگری<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۵/۲۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۸/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۰۱

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا

سال چهاردهم، پیاپی ۳۶، بهار ۱۴۰۳

صص ۶۸ - ۷۶

## چکیده:

بلورهای فوتونی و ساختارهای مبتنی بر آن (ساختارهای فوتونیک) در دو دهه گذشته مورد مطالعه قرار گرفته و به صورت گسترده‌ای در برنامه‌های مختلف نوری مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله، الگوی نظری و عددی برای انتشار امواج الکترومغناطیسی، در ساختارهای دی‌الکتریک چندلایه‌ای توسعه یافته و انتشار پالس‌های نوری فوق‌کوتاه در محیط‌های چندلایه‌ای و میکرورزوناتورها مورد بررسی قرار گرفته، بازتاب انرژی و ضرایب انتقال بسته به پارامترهای محیط و مدت زمان پالس نوری محاسبه می‌شود. روشی برای محاسبه طیف‌های انتقالی و بازتابی بلور فوتونی تک بعدی بر اساس الگوسازی FDTD با انتشار پالس‌های نوری فوق‌کوتاه پیشنهاد شده است. برای محاسبه طیف انتقال و بازتاب یک بلور فوتونی یک بعدی و شبیه‌سازی انتشار پالس‌های نوری فوق‌کوتاه، در ساختارهای دی‌الکتریک چندلایه‌ای و میکرورزوناتورها بر اساس راه حل عددی معادلات ماکسول با تقریب تفاضل محدود در حوزه مکان زمان انجام شده است.

**واژگان کلیدی:** بلورهای فوتونی، میکرورزوناتورها، شبیه‌سازی عددی، معادلات ماکسول، روش FDTD.

<sup>۱</sup> <https://doi.org/10.22051/ijap.2023.44652.1342>

<sup>۲</sup> استادیار، گروه آموزشی برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ارس، جلفا، آذربایجان شرقی، ایران. Email:

noushindahashzadeh@yahoo.com



## ۱. مقدمه

پژوهش‌ها در زمینه اپتیک بلور فوتونی در دو دهه کنونی به دلیل کاربرد آن‌ها توسعه یافته است. ساختارهای فوتونیک غیرخطی در هندسه‌های مختلف (بلور فوتونی یک بعدی [۱-۳]، میکرورزوناتورها [۴]، موجرها [۵،۶]، ساختارهای لایه‌ای [۷-۱۱] و غیره) در کلیدزنی‌ها، مالتی پلکسرها، خطوط ارتباطی فیبر نوری و سیستم‌های پردازش سیگنال لیزری، کاربرد دارند [۱۵-۱۲]. گام مهم در مطالعه ساختارهای فوتونی، تجزیه و تحلیل نظری ویژگی‌های نوری آن‌ها می‌باشد. در حال حاضر، برای شبیه‌سازی کامل انتشار تابش در بلورها و ساختارهای فوتونی بر اساس حل عددی مستقیم معادلات ماکسول توجه ویژه‌ای شده است [۲]. این رویکرد امکان ردیابی دینامیک برهمکنش تابش الکترومغناطیسی با سیستم‌های مختلف نوری پیچیده را بدون توسل به هیچگونه تقریب و ساده‌سازی ممکن می‌سازد. این امر به ویژه برای محیط‌های بسیار ناهمگن مهم است. شبیه‌سازی عددی این امکان را فراهم می‌کند که تا حد زیادی جایگزین، کارهای تجربی زمان‌بر و پرهزینه در مراحل اولیه پژوهش شود. در بحث شبیه‌سازی امکان تغییرات برخط و مشاهده نتایج به صورت لحظه‌ای وجود دارد. از این رو، می‌تواند کمک شایانی برای انتقال مفاهیم پیچیده علمی داشته باشد.

الگوسازی انتشار و اندرکنش پرتوهای نور معمولاً بر اساس تقریب پاراکسیال انجام می‌گیرد که در آن پرتوهای نور دارای ابعاد عرضی کمابیش بزرگ هستند. همچنین، فرآیندهای مورد مطالعه در زوایای انحراف پراش کوچک رخ می‌دهند. جهت بررسی و مطالعه انتشار و اندرکنش پرتوهای باریک تقریب پاراکسیال قابل اجرا نیست [۱۶]. از این رو، برای پرتوهای نور باریک اغلب از روش تفاضل محدود در حوزه زمان FDTD استفاده می‌شود. الگوریتم FDTD اولین بار توسط یی در سال ۱۹۶۶ ارائه شد که در آن معادلات ماکسول به صورت گسسته حل شدند به صورتی که گام زمانی متناسب با گام فضایی و نسبت معکوس با سرعت نور داشت [۱۷]. در این روش، ساختار مورد نظر به شبکه‌ای مربعی تقسیم‌بندی شده و تقریب پله‌ای برای پارامترهای محیط در نظر گرفته می‌شود. همچنین میدان‌های الکترومغناطیسی گسسته‌سازی شده و معادلات ماکسول با تقریب تفاضلی آن‌ها جایگزین و میدان‌های الکترومغناطیسی در طول زمان محاسبه می‌شوند [۱۸].

این مقاله نتایج الگوسازی انتشار پالس‌های نوری فوق کوتاه از راه ساختارهای دی‌الکتریک چندلایه و میکرورزوناتور را ارائه می‌کند. انتشار پالس‌های نور فوق کوتاه در محیط‌های لایه‌ای مورد بررسی قرار گرفته و ضرایب بازتاب طیفی پالس‌های نوری در ساختارهای چند لایه‌ای بسته به پارامترهای محیط و تابش محاسبه می‌شود. برای محاسبه توزیع فضایی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، از

روش تقریب تفاضل محدود معادلات ماکسول در حوزه مکانی و زمانی (روش FDTD) در حالت یک بعدی استفاده شده است.

## ۲. الگوی نظری

انتشار تابش الکترومغناطیسی در یک محیط ناهمگن نوری با مدولاسیون فضایی و گذردهی  $\varepsilon(x, y, z)$  را در نظر بگیرید. در این حالت، سیستم معادلات ماکسول با بردارهای میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و مغناطیسی  $\vec{H}$  به صورت زیر است:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\varepsilon(x, y, z)}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

و می توان به صورت شش معادله دیفرانسیل با مولفه های برداری نمایش داد:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{c}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right], \quad \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{c}{\varepsilon(x, y, z)} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{c}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right], \quad \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{c}{\varepsilon(x, y, z)} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{c}{\mu} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right], \quad \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{c}{\varepsilon(x, y, z)} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] \quad (5)$$

برای بررسی بیشتر، معرفی مقادیر بدون بعد آسان تر است:  $x = \tilde{x}\lambda_0, y = \tilde{y}\lambda_0, z = \tilde{z}\lambda_0, t = \tilde{t}T$

$\lambda_0$  طول موج در خلاء،  $T = \frac{1}{v}$  - دوره (ν فرکانس) نوسانات الکترومغناطیسی است.

سیستم معادلات (۳) تا (۵) برای حالت مدولاسیون فضایی یک بعدی ضریب شکست  $n(x)$

یک ماده و گذردهی  $\varepsilon = \varepsilon(x)$  به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$\frac{\partial H_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{\partial E_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{x}} \quad (6)$$



$$\frac{\partial E_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial H_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{x}} \quad (7)$$

بر اساس روش FDTD، این معادلات دیفرانسیل با معادلات تفاضل محدود در مکان و زمان جایگزین می‌شوند [۱۹-۲۲]:

$$H_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i+1/2) = H_{\tilde{z}}^{l-1/2}(i+1/2) - \frac{\Delta \tilde{t}}{\Delta \tilde{x}} [E_{\tilde{y}}^l(i+1) - E_{\tilde{y}}^l(i)] \quad (8)$$

$$E_{\tilde{y}}^{l+1}(i) = E_{\tilde{y}}^l(i) - \frac{\Delta \tilde{t}}{\Delta \tilde{x} \varepsilon(i)} [H_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i+1/2) - H_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i-1/2)] \quad (9)$$

در این معادلات  $\Delta \tilde{x}$  گام مکانی مختصات در طول شبکه  $\tilde{x}$  و  $\Delta \tilde{t}$  گام زمانی شبکه است.

### ۳. بحث و بررسی نتایج محاسبات

ابتدا، روشی برای محاسبه طیف بازتابی ساختارهای چندلایه‌ای با عبور پالس‌های نوری بسیار کوتاه از آن‌ها ارائه شده است. به عنوان نمونه، انتشار یک پالس نوری در مدت زمان  $\tau_i = 50fs$  (طول موج  $\lambda = 1\mu m$ ) از راه ساختاری متشکل از لایه‌های متناوب با ضریب شکست  $n_2 = 2.28(TiO_2), n_1 = 1.45(SiO_2)$  ضخامت لایه به صورتی انتخاب شده است که  $n_i L_i \approx \lambda_0/4$ ، یک چهارم طول موج تابش فرودی، باشد. در این حالت، تقویت تداخل موج بازتاب شده، برقرار می‌شود.

هنگام انجام شبیه‌سازی عددی، کل حوزه محاسباتی به سلول‌هایی با گام  $\Delta x = \lambda_0/200$  تقسیم‌بندی شد که نه تنها برآورده شدن الزامات پایداری برای حل عددی سیستم معادلات ماکسول را با روش FDTD تضمین می‌کند، بلکه امکان تقریب ساختار هر لایه دی‌الکتریک را با درجه بالایی از دقت فراهم می‌نماید.

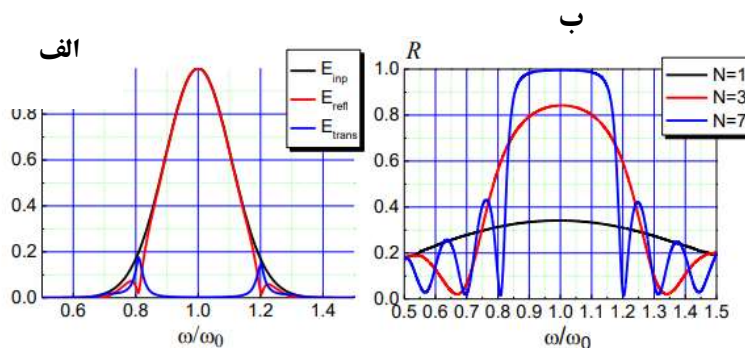
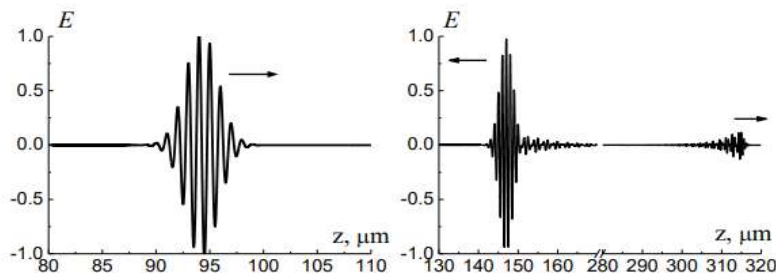
پالس نوری در مرز  $x = 0$  با تابع زیر،

$$E(x=0, t) = E_0 \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{\tau_i^2}\right] \sin\left(2\pi \frac{c}{\lambda_0} t\right) \quad (10)$$

الگوسازی شده است. شکل (۱-الف) توزیع شدت لحظه‌ای در پالس نور فرودی و شکل (۱-ب) توزیع شدت در پالس‌های بازتابی و انتقالی را نشان می‌دهد. با انجام تبدیل فوریه می‌توان طیف هر

$$\text{سه سیگنال را محاسبه کرد: } \hat{E}_i(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_i(t) e^{-i\omega t} dt \text{ (شکل ۱-ج).}$$

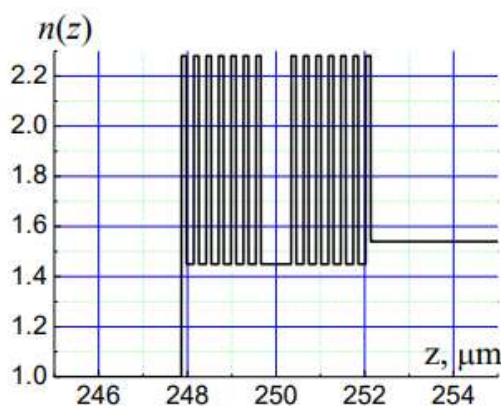
همانطور که مشاهده می‌شود،  $\omega \approx \omega_0$  ( $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ ) دامنه سیگنال منعکس شده برابر با دامنه سیگنال فرودی است که مربوط به ضریب بازتاب بالایی از ساختار دی‌الکتریک چند لایه‌ای در نظر گرفته شده است. در همان زمان، هنگام جداسازی از فرکانس حامل ( $\omega \approx 1.2\omega_0$ ) یا یک رابطه معکوس مشاهده می‌شود دامنه سیگنال انتقالی از دامنه سیگنال بازتابی بیشتر است. با استفاده از این نمودار، طیف بازتابی لایه‌های دی‌الکتریک نسبت به تعداد لایه‌ها محاسبه شده است در شکل N تعداد لایه‌ها را نشان می‌دهد (شکل ۱-د). مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد لایه‌ها، افزایش قابل توجهی در ضریب بازتاب فرکانس حامل صورت می‌گیرد.



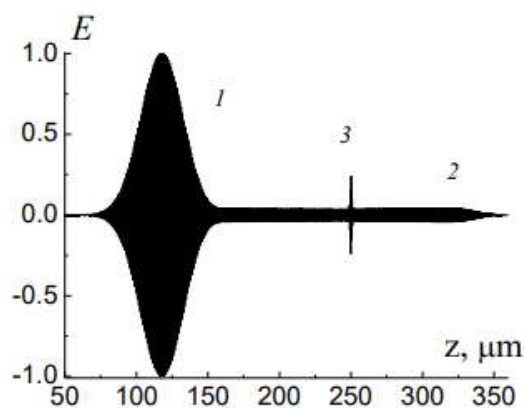
شکل ۱ (الف) توزیع شدت لحظه‌ای در پالس نور فرودی، (ب) پالس‌های نور بازتابی و انتقالی، (ج) طیف فوریه پالس‌های نور، (د) طیف بازتاب یک ساختار دی‌الکتریک چند لایه‌ای.



در مرحله بعد، بازتاب یک پالس نور فوق کوتاه با مدت زمان  $\tau_i = 50fs$  (طول موج  $\lambda = 1\mu m$ ) از یک ریزساختار چند لایه با یک لایه شکست یا از یک میکرورزوناتور را در نظر بگیرید، توزیع ضریب شکست چنین ساختاری در شکل (۲) نشان داده شده است. میکرورزوناتور شامل آینه‌های ورودی و خروجی از لایه‌های دی‌الکتریک متناوب با  $n_i L_i \approx \lambda_0/4$  و ضخامت  $n_2 = 2.28(TiO_2)$   $n_1 = 1.45(SiO_2)$  تشکیل شده است. کل ساختار روی یک بستر شیشه‌ای  $n = 1.54$  قرار دارد.



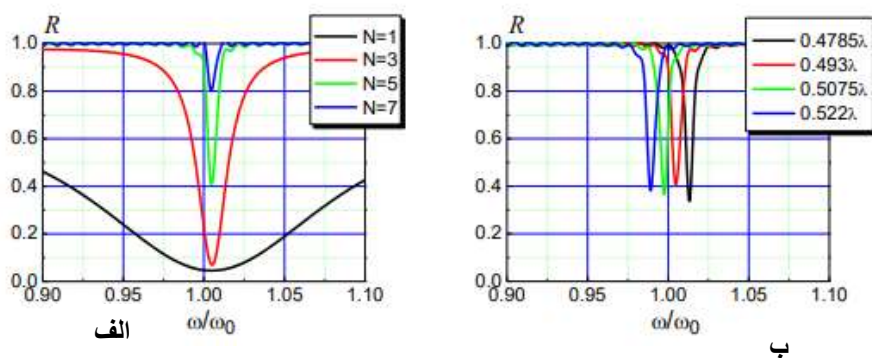
الف



ب

شکل ۲ (الف) ساختار میکرورزوناتور، (ب) توزیع شدت میدان الکتریکی پس از بازتاب یک پالس نوری از میکرورزوناتور. ۱- پالس بازتابی، ۲- پالس انتقالی، ۳- شدت میدان در داخل تشدید کننده.

در نتیجه آزمایش های عددی، ساختار میدان نوری سیگنال های بازتابی، انتقالی و همچنین میدان داخل تشدیدگر (شکل ۲-ب) مورد مطالعه قرار گرفت و همچنین طیف های بازتابی برای پارامترهای مختلف محاسبه شد (شکل ۳). در شکل ۲-ب، توزیع لحظه ای شدت میدان الکتریکی پس از بازتاب یک پالس نوری از یک میکرورزوناتور محاسبه شده است. همانطور که مشاهده می شود، پالس بازتابی (۱) را می توان با دو جزء زمانی نشان داد، که یکی از آن ها گویا سیگنال فرودی را تکرار می کند، و دومی یک سیگنال ضعیف و کمابیش تک رنگ است که در طی فروپاشی آهسته میدان در داخل تشدید کننده شکل می گیرد. شدت میدان در داخل تشدید کننده (مورد ۳) که به نوبه خود به شکل یک موج ایستاده تشکیل می شود. پالس انتقالی (۲) نیز با تضعیف زمانی ضعیف و ترکیب طیفی باریک مشخص می شود. در طیف بازتاب چنین ساختاری در نزدیکی فرکانس حامل  $\omega \approx \omega_0$  یک شیب تشکیل می شود که عرض طیفی آن بستگی به تعداد لایه های دی الکتریک دارد که آینه های تشدید کننده را تشکیل می دهند (شکل ۳-الف) و موقعیت آن به عرض تشدیدگر وابسته است.



شکل ۳ الف) طیف بازتابی یک میکرورزوناتور نسبت به تعداد لایه های دی الکتریک (ب) ضخامت لایه درون حفره.

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله، الگوهای نظری و عددی برای انتشار امواج الکترومغناطیسی از راه ساختارهای دی الکتریک چند لایه توسعه داده شده است. ویژگی های انتشار پالس های نور بسیار کوتاه در محیط های لایه ای و میکرورزوناتورها بررسی و ضرایب طیفی بازتابی و انتقالی تابش الکترومغناطیسی بر حسب پارامترهای محیط و مدت زمان پالس های نوری محاسبه شد. روشی برای





محاسبه طیف‌های انتقالی و بازتابی بلور فوتونی تک بعدی بر اساس الگوسازی FDTD با انتشار پالس‌های نوری فوق کوتاه پیشنهاد شده است.

## ۵. تقدیر و تشکر

بدین وسیله از مرکز تحقیقات بیوفوتونیک دانشگاه آزاد تبریز که در انجام این تحقیق یاری نمودند صمیمانه سپاسگزارم.

## منابع

- [1] Huang J., Zhang J., Zhu T., and Ruan Z., Spatiotemporal Differentiators Generating Optical Vortices with Transverse Orbital Angular Momentum and Detecting Sharp Change of Pulse Envelope, *Laser Photonics Rev.* 16(5), 2100357, 2022, <https://doi.org/10.1002/lpor.202100357>.
- [2] Joannopoulos J.D., Johnson S.G., Winn J.N., Meade R.D., *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, Princeton University Press, second edition, 57, 2008.
- [3] Dadashzadeh N., Romanov O.G., Finite-Difference Time-Domain Simulation of Light Propagation in 2D Periodic and Quasi-Periodic Photonic Structures, *JNS*, 3, 359- 363, 2013. <https://doi.org/10.7508/jns.2013.03.012>.
- [4] Karimi A., Zarifkar A., and Miri M., Subpicosecond Flat-top Pulse Shaping Using a Hybrid Plasmonic Microring-Based Temporal Differentiator, *J. Opt. Soc. Am. B*, 36(7), 1738-1747, 2019 <https://doi.org/10.1364/JOSAB.36.001738>.
- [5] Kawano K., Kitoh T. Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation, *John Wiley and Sons Inc.*, 238, 2001, <https://doi.org/10.1002/0471221600.2001>.
- [6]. Dadashzadeh N., and Romanov O. G, Finite-Difference Time-Domain Simulation of Light Propagation in Waveguide Arrays, *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 17(2), 169-176, 2014 <http://elib.bsu.by/handle/123456789/116854>.
- [7] Golovastikov N. V., Doskolovich L.L., Bezus E. A., Bykov D. A., and Soifer V. A., An Optical Differentiator Based on a Three-Layer Structure with a W-Shaped Refractive Index Profile, *J. Exp. Theor. Phys.*, 127(2), 202-209, 2018, <https://doi.org/10.1134/S1063776118080174>.
- [8] Kashapov A. I., Doskolovich L. L., Bezus E. A., Bykov D. A., and Soifer V. A., Spatial Differentiation of Optical Beams Using a Resonant Metal-Dielectric-Metal Structure, *J. Opt.*, 23(2), 023501, 2021, <https://doi.org/10.1088/2040-8986/abe63b>.
- [9] Doskolovich L.L., Kashapov A.I., Bezus E.A., and Bykov D.A., Optical Properties of Cascaded Metal-Dielectric-metal Structures and their Application to the Differentiation of Optical Signals, *Photonics Nanostructures Fundam. Appl.*, 52, 101069, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.photonics.2022.101069>.
- [10] Zhu T., Zhou Y., Lou Y., Ye H., Qiu M., Ruan Z., and Fan S., Plasmonic Computing of Spatial Differentiation, *Nat. Commun.* 8(1), 15391, 2017, <https://doi.org/10.1038/ncomms15391>.
- [11] Y. Zhou, J. Zhan, R. Chen, W. Chen, Y. Wang, Y. Shao, and Y. Ma, Analogue Optical Spatiotemporal Differentiator, *Adv. Opt. Mater.*, 9(10), 2002088, 2021. <https://doi.org/10.1002/adom.202002088>.
- [12] Hummel R.E., Guenther K.H. (Eds.), *Handbook of Optical Properties, Thin Films for Optical Coatings*, CRC-Press, 247 1995.



- [13] Zhou Y., Zheng H., Kravchenko I. I., and Valentine J., Flat Optics for Image Differentiation, *Nat. Photonics* 14(5), 316-323, 2020, <https://doi.org/10.1038/s41566-020-0591-3>.
- [14] Estakhri N. M., Edwards B., and Engheta N., Inverse-Designed Metastructures that Solve Equations, *Science*, 363(6433),1333-1338,2019, <https://doi.org/10.1126/science.aaw2498>.
- [15] Cheng K., Fan Y., Zhang W., Gong Y., Fei S., and Li H., Optical Realization of Wave-Based Analog Computing with Metamaterials, *Appl.Sci.*,11(1),141,2020,<https://doi.org/10.3390/app11010141>.
- [16] Perez-Garcia V.M., Torres P., Garcia-Ripoll J.J., Michinel H., Moment Analysis of Paraxial Propagation in a Nonlinear Graded Index Fibre, *J. Opt. B: Quantum Semiclass.Opt.*2000, <https://doi.org/10.1088/14644266/2/3/320>.
- [17] Yee K. S., Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, *IEEE Trans. Antennas Propagat*, AP-14., 302-307, 1966, <https://doi.org/10.1109/TAP.1966.1138693>.
- [18] Bellanca G., Semprini R., Bassi P., FDTD Modelling of Spatial Soliton Propagation, *Opt. and Quant. Electro.*, 29, 233-241, 1997 <https://doi.org/10.1023/A:1018510323541>.
- [19] Gedney S.D. and Roden J. A., Numerical Stability of Nonorthogonal FDTD Methods, *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 48, 231-239, 2000 <https://doi.org/10.1109/8.833072>.
- [20] Picket-May M., Taflove A., and Baron J., FDTD Modeling of Digital Signal Propagation in 3D Circuits with Passive and Active Loads, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 42, 1514-1523, 1994. <https://doi.org/10.1109/22.297814>
- [21] Kelley D. F and Luebbers R. J., Piecewise linear Recursive Convolution for Dispersive Media Using FDTD, *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 44, 792-797, June 1996. <https://doi.org/10.1109/8.509882>.
- [22] Song W, Hao Y. and Parini C. G., Comparison of Nonorthogonal FDTD and Yee's Algorithm in Modelling Photonic Bandgap Structures, *International Symposium on Antennas and Propagation* ISAP,14,2006, [https://www.ieice.org/~isap/ISAP\\_Archives/2006/pdf/1C2b-3.pdf](https://www.ieice.org/~isap/ISAP_Archives/2006/pdf/1C2b-3.pdf).



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

