

مدل‌سازی فراواکنشی سرمایه‌گذاران در بازار سهام با قیمت‌های OHLC روزانه

میرحسین موسوی*، نرگس برزگر**، سعید مددی***

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۳/۲۰

تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۸/۰۱

چکیده

بازار سهام تحت تاثیر جریان اخبار و اطلاعات است. چنانچه بازار سهام کارا نباشد، واکنش سرمایه‌گذاران نسبت به اخبار و اطلاعات، سبب می‌شود که بازار سهام در وضعیت فراواکنشی یا فروواکنشی قرار گیرد. در این مقاله با رویکرد نظری، به مدل‌سازی واکنش سرمایه‌گذاران در بازار سهام با استفاده از قیمت‌های آغازین، حداکثر، حداقل و پایانی (OHLC) روزانه پرداخته شده است. در مدل‌سازی با قیمت‌های OHLC روزانه ثابت می‌شود قیمت بازار سهام فرآیند براونی هندسی دارد، سپس با استخراج توزیع تلاطم استاندارد شده وضعیت واکنش سرمایه‌گذاران مشخص می‌شود. با وارد کردن ناپیوستگی در جریان دریافت اخبار و اطلاعات به مدل جهت گسترش مدل با فروض واقعی‌تر، تبیین می‌گردد که در این حالت تنها بررسی فراواکنشی سرمایه‌گذاران امکان‌پذیر است. بدین ترتیب دو فرضیه و دو آماره جهت آزمون فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب و بد تشکیل می‌شود. مدل‌سازی فراواکنشی با قیمت‌های OHLC، نواقص روش‌های مرسوم را برطرف ساخته و بصورت سیستمی وجود و یا عدم وجود فراواکنشی را بررسی می‌کند.

واژه‌های کلیدی: بازار سهام، فراواکنشی، فروواکنشی، قیمت‌های OHLC

طبقه بندی موضوعی: G14, G12, C58

* استادیار گروه علوم اقتصادی، دانشگاه الزهرا (نویسنده مسئول) (Hmousavi_atu@yahoo.com)

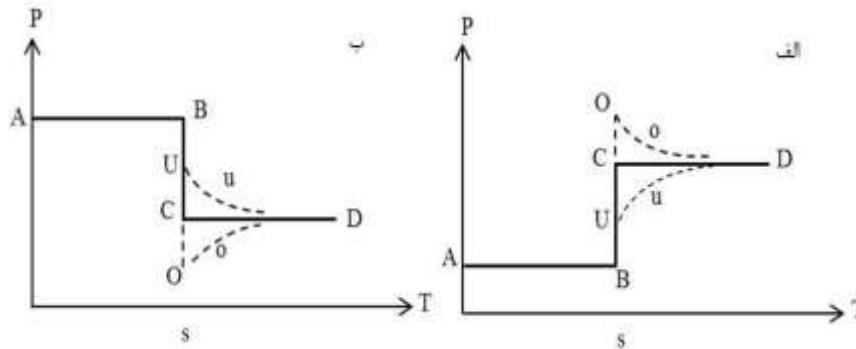
** دانشجوی کارشناسی ارشد، رشته توسعه اقتصادی و برنامه‌ریزی، دانشگاه الزهرا (Barzegarnarges@gmail.com)

*** دانشجوی دکتری، رشته اقتصاد نفت و گاز، دانشگاه علامه طباطبائی (Madadi_atu@yahoo.com)

۱- مقدمه

از مهم‌ترین عوامل تاثیرگذار در بازار سهام، جریان اخبار و اطلاعات است که به طور مداوم بازار سهام را تحت تاثیر قرار می‌دهد. به عنوان مثال، اخبار و اطلاعات مربوط به آب و هوا، اعتصاب کارگران، کمبود مواد اولیه، بحران‌های بین‌المللی و شرایط عمومی اقتصاد، همگی بر قیمت سهام تاثیرگذار است. اگر بازار کارا باشد، ورود اخبار و اطلاعات جدید با واکنش صحیح^۱ سرمایه‌گذاران همراه شده و قیمت بازار سهام نسبت به اخبار و اطلاعات جدید واکنشی سریع، کامل و بدون تورش نشان می‌دهد و به قیمت واقعی تعدیل می‌شود (مهرانی، نونهال نهر ۱۳۸۷)

در بازارهای ناکارای سهام علاوه بر این که اخبار و اطلاعات به شکل گسترده و با سرعت در بازار پخش نمی‌شود، ملاحظه می‌شود که واکنش سرمایه‌گذاران نسبت به اخبار و اطلاعات جدید واکنشی صحیح نیست، به شکلی که واکنش سرمایه‌گذاران گاه بیشتر از حد مطلوب یا فراواکنش^۲ و گاه کمتر از حد مطلوب یا فروواکنش^۳ می‌باشد (قالیباف اصل، نادری ۱۳۸۵). چنانچه فراواکنشی و یا فروواکنشی در بازار سهام وجود داشته باشد، قیمت واقعی و قیمت بازار با یکدیگر برابر نخواهند بود که این امر تحت عنوان خطای قیمت‌گذاری^۴ شناخته می‌شود. در این شرایط قیمت سهام به درستی تعیین نمی‌شود، این امر سبب می‌شود که سرمایه‌گذار از عادلانه بودن قیمتی که برای خرید یا فروش سهام با آن مواجه است، اطمینان نداشته باشد. در شکل (۱) انواع واکنش به اخبار و اطلاعات ترسیم شده است:



شکل (۱): انواع واکنش به اخبار و اطلاعات

در شکل (۱)، مسیر AB مسیر قیمت واقعی و قیمت بازار سهام تا زمان s که اخبار و اطلاعاتی جدیدی منتشر می‌شود را نشان می‌دهد. اگر اخبار و اطلاعات منتشر شده در زمان s (مطابق با قسمت الف)، موجب افزایش قیمت واقعی سهام به اندازه‌ی BC شود، سه مسیر برای قیمت بازار سهام قابل تصور است:

- ۱- با وجود واکنش صحیح در بازار، قیمت بازار به اندازه‌ی قیمت واقعی افزایش می‌یابد و به C می‌رسد و در ادامه روی خط CD به مسیر خود ادامه می‌دهد.
- ۲- با وجود فراواکنشی در بازار، قیمت بازار بیش از قیمت واقعی افزایش می‌یابد و به نقطه‌ی O می‌رسد و در ادامه از مسیر O به سمت قیمت واقعی تعدیل می‌شود.
- ۳- با وجود فروواکنشی در بازار، قیمت بازار کمتر از قیمت واقعی افزایش می‌یابد و به U می‌رسد و در ادامه از مسیر U به سمت قیمت واقعی تعدیل می‌شود.

انتشار اخبار و اطلاعاتی که موجب کاهش قیمت واقعی سهام شود، در قسمت ب شکل (۱) ترسیم شده است. در هر دو قسمت شکل (۱)، مسیر $ABCD$ مسیر قیمت واقعی سهام و نیز مسیر قیمت بازار با وجود واکنش صحیح را نشان می‌دهد، مسیرهای $ABUD$ و $ABOD$ نیز به ترتیب مسیر قیمت بازار در شرایط فراواکنشی و فروواکنشی را نشان می‌دهند (نیکبخت، مرادی ۱۳۸۴). هدف مطالعه حاضر بررسی روش‌های شناسایی و استخراج وضعیت واکنش سرمایه‌گذاران در بازار سهام و ارائه مدلی بر اساس قیمت‌های OHL می‌باشد.

۲- مروری بر پیشینه

کینز (۱۹۳۶) نخستین فردی بود که از طریق بررسی نوسان‌های روزانه سود سرمایه‌گذاری‌ها، فروواکنشی سرمایه‌گذاران در بازارهای سهام را مشاهده کرد. فراواکنشی سرمایه‌گذاران، در بورس نیویورک، مورد بررسی قرار گرفت (دی‌بونت، تالر ۱۹۸۵). در مقابل، جگادیش و تیمن (۱۹۹۳) نخستین کسانی بودند که فروواکنشی سرمایه‌گذاران را مطرح نمودند، آن‌ها با مطالعه‌ی بورس نیویورک آمریکا، به بررسی این موضوع پرداختند. در مطالعات بعدی واکنش سرمایه‌گذاران در سایر بازارهای سهام مورد مطالعه قرار گرفت. در سال ۱۹۹۴ بورس سائوپائولو، در سال ۱۹۹۷ بورس لندن و بورس توکیو، در سال ۱۹۹۹ بورس هنگ‌کنگ، در سال ۲۰۰۱ بورس کولالمپور و در ادامه سایر بورس‌ها مورد بررسی قرار

گرفتند (داکاستا ۱۹۹۴؛ دیسانیک ۱۹۹۷؛ گاناراتنه، یونه‌ساوا ۱۹۹۷؛ فانگ ۱۹۹۹؛ احمد، حسین ۲۰۰۱).

در زمینه‌ی منشا عدم واکنش صحیح در بازار سهام مطالعات مختلفی انجام شده است، در برخی مطالعات تفاوت در رفتار سرمایه‌گذاران و در بعضی دیگر تفاوت در کیفیت اخبار و اطلاعات، منشا عدم واکنش صحیح در بازار سهام محسوب شده است. به عنوان مثال، دانیل و همکاران (۱۹۹۸) بر تورش در اطلاعات تاکید کردند. در این نگرش بیان می‌شود که سرمایه‌گذاران به اطلاعات شخصی خود اعتماد زیادی دارند به ویژه اگر این اطلاعات را در طول زمان و با تلاش زیاد به دست آورده باشند. در این مطالعه با ورود اخبار و اطلاعات جدید به بازار، اختلاف اطلاعات شخصی سرمایه‌گذاران سبب رفتارهای مختلف آن‌ها می‌شود (دانیل، هیرشلفر، سابراحمانيام ۱۹۹۸). دانیل و تیمن (۲۰۰۶) مدلی را مطرح کردند که بیان می‌کند قیمت سهام به اطلاعات محسوس نسبت به اطلاعات غیر محسوس واکنش بیشتری نشان می‌دهد. در این مدل استنباط می‌شود که بازار سهام به اطلاعات مرتبط و پراز آمار و ارقام واکنشی کمتر از سطح واکنش صحیح و در مقابل به اطلاعات برجسته، غیر مرتبط و شایعه‌گونه واکنش بیش از سطح واکنش صحیح نشان می‌دهند.

در طرف مقابل، در سال ۱۹۹۹ هانگ و استین مدلی را ارائه کردند که ارتباط دو گروه از افراد غیر عقلایی را نشان می‌داد که این دو گروه عبارت بودند از بینندگان خبری و معامله‌کنندگان لحظه‌ای. بینندگان خبری سرمایه‌گذاران هستند که هزینه بالایی را برای جمع‌آوری اطلاعات پرداخت می‌کنند، در مقابل معامله‌کنندگان لحظه‌ای سرمایه‌گذارانی هستند که هزینه کمتری در جمع‌آوری اطلاعات صرف می‌کنند. در این مدل، با ورود اطلاعات جدید به بازار سهام، بینندگان خبری واکنشی کمتر از واکنش صحیح نشان می‌دهند. در مقابل معامله‌کنندگان لحظه‌ای سعی می‌کنند از فروواکنشی بینندگان خبری استفاده کنند و واکنشی بیش از واکنش صحیح نشان خواهند داد (هانگ، استین ۱۹۹۹).

از مطالعات انجام شده در ایران نیز می‌توان به مطالعه نیکبخت و مرادی (۱۳۸۴) اشاره کرد که به ارزیابی فراواکنشی سهامداران عادی در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. قالیباف

اصل و نادری (۱۳۸۵) فراواکنشی سرمایه‌گذاران بورس اوراق بهادار تهران نسبت به اخبار و اطلاعات منتشر شده در شرایط رونق و رکود را بررسی کردند. در مطالعه دیگری، مهرانی و نونهال‌نهر (۱۳۸۷) فراواکنشی سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار تهران را بررسی کردند.

۳- روش و مبانی نظری پژوهش

ارتباط بین قیمت واقعی و قیمت بازار بوسیله یک منحنی اثر خبر^۵ تبیین می‌شود. این امر در رابطه‌ی (۱) نشان داده شده است (کلونر، بکر، فریدمن ۲۰۱۲):

$$P_t = \int_0^t G dF$$

در رابطه‌ی فوق، P_t قیمت بازار در دوره t ، dF تغییرات قیمت واقعی و G منحنی اثر خبر می‌باشد. در واقع G منعکس‌کننده‌ی واکنش در بازار سهام به اخبار و اطلاعات منتشر شده می‌باشد، مقدار G که بستگی به فاصله از زمان انتشار خبر دارد، به صورت تابع زیر تعریف می‌گردد:

$$G = g(h) \quad (2)$$

در رابطه‌ی (۲)، h بیانگر فاصله از زمان انتشار خبر است. اگر زمان انتشار خبر s و زمان حال t باشد ($t > s$)، خواهیم داشت:

$$h = t - s \quad (3)$$

با توجه به روابط (۲) و (۳) می‌توان رابطه‌ی (۱) را دقیق‌تر نوشت:

$$P_t = \int_0^t g(t-s) dF_s \quad (4)$$

در رابطه‌ی (۴) سه وضعیت واکنش صحیح، فراواکنشی و فروواکنشی بصورت زیر مشخص می‌گردد:

۱. اگر $g(0) = 1$ باشد، واکنش صحیح در بازار سهام وجود دارد.

۲. اگر $g(0) > 1$ باشد، وضعیت فراواکنشی در بازار سهام وجود دارد.

۳. اگر $0 < g(0) < 1$ باشد، وضعیت فروواکنشی در بازار سهام وجود دارد.

در بلندمدت فراواکنشی و فروواکنشی جهت رسیدن به واکنش صحیح تعدیل خواهند شد و خطای قیمت‌گذاری در بلندمدت گرایش به صفر دارد. به بیان دقیق‌تر، اگر h به بی‌نهایت میل کند، خطایی در واکنش سرمایه‌گذاران و قیمت‌گذاری سهام در بازار سهام وجود نخواهد داشت، یعنی:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} g(h) = 1 \quad (5)$$

منحنی اثر خبر که بتواند شرایط فوق را تامین کند، به صورت زیر تعریف می‌شود (کلونبر، بکر، فریدمن ۲۰۱۲):

$$g(h) = 1 + (i_0 - 1)e^{-\lambda h} \quad (6)$$

در رابطه‌ی (۶)، λ سرعت تصحیح خطای قیمت‌گذاری و i_0 اثر اولیه خبر، یعنی $i_0 = g(0)$ می‌باشد. بالا بودن مقدار λ به این معناست که خطا در قیمت‌گذاری خیلی سریع تصحیح می‌شود در حالی که کوچک بودن آن به معنای کندی در تصحیح خطای قیمت‌گذاری است. تا اینجا ارتباط بین قیمت واقعی، قیمت بازار و منحنی اثر خبر مطرح شد، درحالی‌که در واقعیت تنها قیمت‌های بازاری قابل مشاهده است. در روش‌های مرسوم جهت شناخت فراواکنشی یا فروواکنشی می‌توان به بررسی اختلاف بازدهی واقعی و بازدهی مورد انتظار سهام پرداخته می‌شود (سینکی، کارتر ۱۹۹۹). بازدهی واقعی سهام از زمان انتشار خبر S تا زمان t ، برابر است با:

$$R_{t,t-s} = P_t - P_s \quad (7)$$

با توجه به رابطه‌ی (۳)، رابطه‌ی فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت (یور ۱۹۹۷):

$$R_{t,h} = P_t - P_{t-h} \quad (8)$$

با توجه به روابط (۴) و (۶) داریم:

$$R_{t,h} = \int_0^t [1 + (i_0 - 1)e^{-\lambda s}] dF_s - \int_0^{t-h} [1 + (i_0 - 1)e^{-\lambda s}] dF_s \quad (9)$$

با توجه به خواص انتگرال معین، نهایتاً خواهیم داشت:

$$R_{t,h} = \int_{t-h}^t [1 + (i_0 - 1)e^{-\lambda h}] dF_s \quad (10)$$

رابطه‌ی (۱۰)، بازدهی واقعی پس از انتشار خبر تا زمان t (به طول h) را نشان می‌دهد. در ارتباط با بازدهی مورد انتظار سهام، از آنجا که اختلاف قیمت بازار و قیمت واقعی سهام با گذشت زمان و فاصله گرفتن از زمان انتشار خبر و با تصحیح سطح واکنش سرمایه‌گذاران کوچک خواهد شد، بازدهی مورد انتظار سهام برابر با بازدهی سهام در صورت وجود واکنش صحیح سرمایه‌گذاران (بازدهی بلندمدت سهام) می‌باشد. در واقع چنانچه در رابطه‌ی (۱۰) مقدار i_0 را برابر با یک قرار دهیم، مطابق با رابطه‌ی (۱۱) بازدهی مورد انتظار پس از انتشار خبر تا زمان t (به طول h) حاصل می‌گردد.

$$E(R_{t,h}) = \int_{t-h}^t dF_s \quad (11)$$

حال با تعریف $Z_{t,h}$ به صورت زیر، می‌توان اختلاف بازدهی واقعی و بازدهی مورد انتظار پس از انتشار خبر را سنجید:

$$Z_{t,h} = R_{t,h} - E(R_{t,h}) = \int_{t-h}^t (i_0 - 1)e^{-\lambda h} dF_s \quad (12)$$

در رابطه‌ی (۱۲) چنانچه بازدهی واقعی و بازدهی مورد انتظار با یکدیگر برابر باشد، $Z_{t,h}$ برابر با صفر می‌شود که این امر به معنای وجود واکنش صحیح در بازار نسبت به خبر منتشر شده می‌باشد. در صورتی که خبر منتشر شده، موجب افزایش قیمت واقعی شود و بازار سهام با فراواکنشی سرمایه‌گذاران همراه باشد، آنگاه قیمت بازار در زمان t بدلیل تعدیل واکنش، از قیمت بازار در زمان s کمتر خواهد بود و مقدار $Z_{t,h}$ منفی خواهد شد. بنابراین بر اساس مقادیر مختلف $Z_{t,h}$ می‌توان سطح واکنش در بازار را استخراج کرد. از آنجایی که در محاسبه مقدار $Z_{t,h}$ ، مقدار دقیق λ در دسترس نمی‌باشد و همچنین محاسبه‌ی بازدهی‌ها، تابعی از طول بازه‌ی محاسبه می‌باشد، استفاده از بازدهی‌ها برای استخراج وضعیت واکنش سرمایه‌گذاران چندان مطلوب به نظر نمی‌رسد.

در مطالعات داخلی مذکور، برای محاسبه بازدهی واقعی و بازدهی مورد انتظار سهام، شاخص‌هایی با استفاده از قیمت سهم در ابتدا و انتهای دوره، سود نقدی سهم، درصد افزایش سرمایه و شاخص بورس در ابتدا و انتهای دوره طراحی شده و مورد استفاده قرار گرفته است. طراحی شاخص برای محاسبه بازدهی واقعی و بازدهی مورد انتظار سهام و استخراج وضعیت واکنش نیز از دقت کافی برخوردار نیست چراکه طراحی متفاوت شاخص بازدهی واقعی و بازدهی مورد انتظار سهام، سبب احصای نتایج متفاوت می‌گردد، مورد اخیر به عنوان نقدی بر مطالعات داخلی اشاره شده، مطرح می‌باشد.

۴- مدل‌سازی بر اساس قیمت‌های OHLC

در جهت رفع نواقص اشاره شده مدل‌سازی بر اساس قیمت‌های OHLC تبیین می‌گردد. در مدل‌سازی بر اساس قیمت‌های OHLC، ابتدا لازم است به بررسی ویژگی قیمت بازار پرداخته شود. خطای قیمت‌گذاری یعنی تفاضل قیمت واقعی (ارزش ذاتی) و قیمت بازار مطابق با رابطه‌ی (۱۳) بوسیله M نمایش داده می‌شود:

$$M_t = P_t - F_t \quad (13)$$

رابطه‌ی فوق با توجه به روابط (۴) و (۶) و نظر بر این که $F_t = \int_0^t dF_s$ می‌باشد، عبارت است از:

$$M_t = \int_0^t [1 + (i_0 - 1)e^{-\lambda h}] dF_s - \int_0^t dF_s \quad (14)$$

به بیان دیگر:

$$M_t = (i_0 - 1) \int_0^t e^{-\lambda h} dF_s \quad (15)$$

تغییر در خطای قیمت‌گذاری بوسیله‌ی رابطه‌ی (۱۶) تشریح شده است (میلر ۱۹۹۹):

$$dM_t = -\lambda M_t dt + (i_0 - 1) dF_t \quad (16)$$

خطای قیمت‌گذاری استاندارد شده، \tilde{M}_t به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M_t = (i_0 - 1) \int_0^t e^{-\lambda h} dF_s = (i_0 - 1) \tilde{M}_t \quad (17)$$

حال مشابه با رابطه‌ی (۱۶) برای تغییر در خطای قیمت گذاری استاندارد شده داریم:

$$d\tilde{M}_t = -\lambda \tilde{M}_t dt + dF_t \quad (18)$$

از رابطه‌ی (۱۳) خواهیم داشت:

$$dP_t = dM_t + dF_t \quad (19)$$

از ترکیب روابط (۱۶) و (۱۹) نتیجه می‌شود:

$$dP_t = -\lambda M_t dt + i_0 dF_t \quad (20)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۱۷) در رابطه‌ی (۲۰) داریم:

$$dP_t = -\lambda (i_0 - 1) \tilde{M}_t dt + i_0 dF_t \quad (21)$$

نهایتاً با ترکیب روابط (۱۸) و (۲۱) خواهیم داشت:

$$dP_t = \lambda \tilde{M}_t dt + i_0 d\tilde{M}_t \quad (22)$$

رابطه‌ی فوق نشان می‌دهد قیمت بازار سهام فرآیند براونی هندسی^۷ دارد. تبعیت متغیر از فرآیند براونی هندسی به این معناست که تغییرات متغیر در یک دوره‌ی زمانی برابر با حاصلضرب متوسط تغییر متغیر $(\lambda \tilde{M}_t)$ در دوره‌ی زمانی (dt) ، به اضافه‌ی حاصلضرب انحراف معیار متغیر (i_0) در یک متغیر تصادفی $(d\tilde{M}_t)$ می‌باشد. تغییر متغیر در فرآیند براونی هندسی به دو قسمت معین^۸ $(\lambda \tilde{M}_t dt)$ و تصادفی^۹ $(i_0 d\tilde{M}_t)$ تجزیه می‌شود که تصادفی بودن تغییر متغیر (در اینجا تغییر قیمت بازار) نیز از قسمت تصادفی آن ناشی می‌شود.

در خصوص فرآیند براونی باید توجه داشت که رابرت براون گیاه شناس اسکاتلندی، برای اولین بار در سال ۱۸۲۸ با مشاهده متوجه این حرکت در مطالعه ذرات معلق میکروسکوپی شد. پس از آن، دامنه کاربرد حرکت براونی از مطالعه ذرات بسیار فراتر رفت (ظهوری زنگنه، جهانی پور ۱۳۸۳).

فرآیند براونی دارای ویژگی‌های خوش‌رفتار ریاضی است، به گونه‌ای که در آن می‌توان یک الگو را با دقت بالا برآورد و همچنین احتمالات را محاسبه کرد. از این رو تحلیل‌گران اغلب وقتی با تجزیه و تحلیل یک فرآیند چند بعدی با منشا ناشناخته مانند قیمت در بازار سهام مواجه هستند، به روندهای مستقل مانند فرآیند براونی روی می‌آورند. امروزه انواع مختلف فرآیندهای براونی در مدل‌سازی‌ها استفاده می‌شوند (استادزاد، مهرآلیان ۱۳۹۱).

در فرآیند براونی هندسی، متوسط تغییر متغیر که نرخ رانش^{۱۱} نامیده می‌شود با μ_n و انحراف معیار متغیر با σ_n نمایش داده می‌شود، بدین ترتیب رابطه‌ی (۲۲) عبارتست از (بکر و همکاران ۲۰۰۷):

$$dP_t = \mu_n dt + \sigma_n d\tilde{M}_t \quad (23)$$

حال برای شناخت فراواکنشی و یا فروواکنشی مدلی بر اساس قیمت‌های *OHLC* روزانه^{۱۱} تبیین می‌شود. قیمت‌های *OHLC* روزانه اشاره به چهار قیمت سهام دارد که در طول روز و در خلال جریان معاملات بورس حاصل می‌شود. معاملات در بورس با یک قیمت آغازین^{۱۲} برای سهام شروع می‌شود و در پایان روز به قیمت پایانی^{۱۳} می‌رسد. همچنین در خلال معاملات و با نوسان قیمت سهام، حداکثر قیمت روز^{۱۴} و حداقل قیمت روز^{۱۵} تعیین می‌گردد. قیمت آغازین، حداکثر قیمت روز، حداقل قیمت روز و قیمت پایانی، به ترتیب با P_n^l ، P_n^h ، P_n^o و P_n^c نشان داده می‌شوند، در حالی که n نشان‌دهنده‌ی روزهای مختلف می‌باشد. بازدهی روزانه سهام مطابق با رابطه‌ی (۲۴) با تفاضل قیمت پایانی از قیمت آغازین حاصل می‌گردد:

$$R_n = P_n^c - P_n^o \quad (24)$$

حداکثر و حداقل بازدهی روزانه نیز به صورت زیر خواهد شد:

$$R_{n,\max} = \sup_{0 \leq t \leq 1} R_n(t) = P_n^h - P_n^o \quad (25)$$

$$R_{n,\min} = \inf_{0 \leq t \leq 1} R_n(t) = P_n^l - P_n^o$$

توزیع مشترک بازدهی روزانه سهام با حداکثر و حداقل بازدهی روزانه به صورت تابع چگالی احتمال توام^{۱۶} زیر می‌باشد (بکر و همکاران ۲۰۰۷):

(۲۶)

$$f(R_n, R_{n,\max}) = f(R_n) \frac{2(2R_{n,\max} - R_n)}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{2R_{n,\max}(R_{n,\max} - R_n)}{\sigma_n^2}\right)$$

$$f(R_n, R_{n,\min}) = f(R_n) \frac{2(R_n - 2R_{n,\min})}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{2R_{n,\min}(R_{n,\min} - R_n)}{\sigma_n^2}\right)$$

در رابطه‌ی (۲۶)، $f(R_n)$ به یک تابع چگالی احتمال نرمال^{۱۷} اشاره دارد به صورتی که $R_n \approx N(\mu, \sigma^2)$ می‌باشد. در توضیح مفهوم تابع چگالی احتمال، باید توجه داشت، در حالی که احتمال پیشامدهای مختلف برای یک متغیر تصادفی گسسته تحت عنوان تابع احتمال بیان می‌شود، احتمال پیشامدهای مختلف برای یک متغیر تصادفی پیوسته در مفهوم تابع چگالی احتمال مطرح می‌باشد (پارسیان ۱۳۸۷). حال با تعریف V به صورت زیر به عنوان تلاطم^{۱۸} قیمت سهام، تلاطم بر حسب حداکثر و حداقل بازدهی روزانه حاصل می‌شود:

$$V_{n,\max} = 2R_{n,\max}(R_{n,\max} - R_n)$$

$$V_{n,\min} = 2R_{n,\min}(R_{n,\min} - R_n)$$
(۲۷)

با توجه به روابط (۲۶) و (۲۷)، V توزیع نمایی^{۱۹} به صورت زیر خواهد داشت (یور ۱۹۹۷):

$$V_{n,\max} \approx \exp\left(\frac{1}{\sigma_n^2}\right), \quad V_{n,\min} \approx \exp\left(\frac{1}{\sigma_n^2}\right)$$
(۲۸)

با توجه به خواص توزیع نمایی، خواهیم داشت:

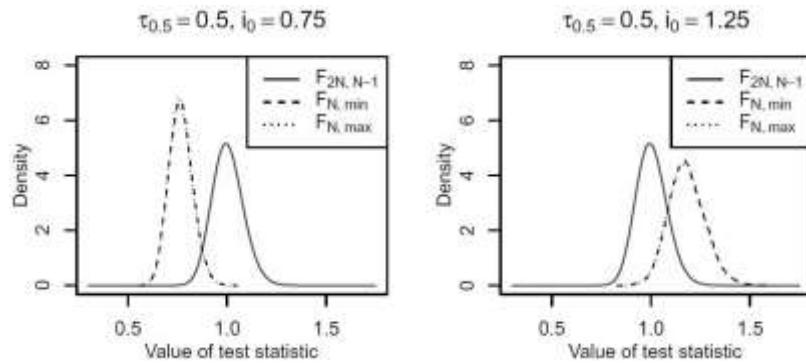
$$E(V_{n,\max}) = E(V_{n,\min}) = \frac{1}{1/\sigma_n^2} = \sigma_n^2$$
(۲۹)

همانطور که رابطه‌ی (۲۹) نشان می‌دهد، امید ریاضی دو توزیع $V_{n,\max}$ و $V_{n,\min}$ برابر با σ_n^2 می‌باشد، این در حالی است که در رابطه‌ی (۲۳) رابطه‌ی $i_0 = \sigma_n$ تعریف شد و i_0 اثر اولیه خیر را نشان می‌دهد. توزیع $V_{n,\max}$ و $V_{n,\min}$ استاندارد شده برای N روز به شکل زیر خواهد بود (میلر ۱۹۹۹):

(۳۰)

$$F_{N,\max} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N V_{n,\max}}{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (R_n - \bar{R})^2}, \quad F_{N,\min} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N V_{n,\min}}{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (R_n - \bar{R})^2}$$

در رابطه‌ی فوق، \bar{R} بازدهی متوسط روزانه برای N روز می‌باشد. مطابق رابطه‌ی فوق، توزیع $V_{n,\max}$ و $V_{n,\min}$ استاندارد شده برای N روز از یک توزیع F با $2N$ درجه آزادی در صورت و $N-1$ درجه آزادی در مخرج تبعیت می‌کند. در شکل (۲) توزیع تلاطم استاندارد شده در ازای دو مقدار 0.75 و 1.25 برای i_0 شبیه‌سازی شده است.



شکل (۲): توزیع تلاطم استاندارد شده قیمت سهام در ازای فراواکنشی و فروواکنشی

در شکل (۲)، توزیع $F_{2N, N-1}$ که با خط ممتد نمایش داده شده است، توزیع تلاطم قیمت سهام در شرایطی که بازار با واکنش صحیح همراه باشد را نشان می‌دهد. در شکل سمت راست، توزیع تلاطم استاندارد شده در شرایطی که $\sigma_n = i_0 > 1$ باشد و وضعیت فراواکنشی در بازار وجود داشته باشد شبیه‌سازی شده است، در این حالت توزیع تلاطم استاندارد شده حول عددی بزرگتر از یک قرار گرفته است. در شکل سمت چپ نیز توزیع تلاطم استاندارد شده در شرایطی که $\sigma_n = i_0 < 1$ می‌باشد و بیانگر وجود وضعیت فروواکنشی در بازار است را شبیه‌سازی می‌کند، در این حالت توزیع تلاطم حول عددی کوچکتر از یک قرار گرفته است. چنانچه توزیع تلاطم استاندارد شده در ازای $\sigma_n = i_0 = 1$ ترسیم گردد، بر توزیع $F_{2N, N-1}$ منطبق خواهد شد.

همچنانکه ملاحظه می‌شود فراواکنشی موجب انتقال توزیع تلاطم استاندارد شده به سمت راست و فروواکنشی موجب انتقال آن به سمت چپ می‌شود. نکته‌ی مهمی که در شکل (۲) مشهود است، این است که توزیع تلاطم در وضعیت فراواکنشی کشیدگی بیشتر و در وضعیت فروواکنشی کشیدگی کمتری نسبت به وضعیت واکنش صحیح دارند (کلونبر، بکر، فریدمن ۲۰۱۲).

با توجه به مطالب ارائه شده، با بدست آوردن توزیع تلاطم استاندارد شده و مقایسه آن با توزیع $F_{2N, N-1}$ می‌توان وضعیت فراواکنشی، فرو واکنشی و یا واکنش صحیح سرمایه‌گذاران را مشخص کرد. اما باید توجه داشت که در مطالبی که تا این قسمت مطرح گردید، فرض ضمنی جریان پیوسته‌ی دریافت اخبار و اطلاعات بوسیله‌ی سرمایه‌گذاران در بازار سهام، بوده است. حالت واقعی‌تر این است که جریان اخبار و اطلاعات بصورت ناپیوسته در مدل وارد شود، چراکه حالت محتمل این است که سرمایه‌گذاران تمامی اخبار و اطلاعات را در اختیار نداشته باشند و نیز اخبار و اطلاعاتی که در اختیار دارند دقیقاً در زمان انتشار آن‌ها نباشد.

چنانچه جریان اخبار و اطلاعات بصورت ناپیوسته در مدل وارد شود، از سطح واکنش سرمایه‌گذاران کاسته می‌شود. در این توزیع‌های تلاطم استاندارد شده در شکل (۲) به سمت چپ انتقال می‌یابد. با انتقال توزیع تلاطم استاندارد شده به سمت چپ دیگر امکان تشخیص واکنش صحیح و فروواکنش در مدل فوق وجود ندارد، چون در ازای مقدار یک و همچنین مقادیر کمتر از یک برای اثر اولیه خبر ($i_0 \leq 1$)، تلاطم استاندارد شده، حول عددی کمتر از یک توزیع خواهد شد. در واقع مشخص نیست که میزان پایین واکنش از سطح واکنش سرمایه‌گذاران ناشی شده است و یا این که ناپیوستگی در جریان دریافت اخبار و اطلاعات عامل پایین بودن میزان واکنش می‌باشد.

بدین ترتیب، در صورت وارد کردن ناپیوستگی در جریان دریافت اخبار و اطلاعات، تنها می‌توان به بررسی بیش واکنش سرمایه‌گذاران پرداخت. در این قسمت می‌توان فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب و بد را نیز از یکدیگر تمایز داد. فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب، سبب افزایش $R_{n, \max}$ و $V_{n, \max}$ و سرانجام سبب افزایش $F_{N, \max}$ خواهد شد، در حالی که فراواکنشی به اخبار و اطلاعات بد، با افزایش $R_{n, \min}$ و $V_{n, \min}$ و سپس $F_{N, \min}$ همراه

می‌گردد (به شکل (۱) و روابط (۲۷) و (۳۱) توجه شود). در نتیجه دو فرضیه به شرح زیر تشکیل می‌شود (کلوبنر، بکر، فریدمن ۲۰۱۲):

عدم فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب: $H_{0,G}$

فرض فوق با مقایسه $F_{N,\max}$ با $F_{2N,N-1}$ قابل بررسی است. برای آزمون فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب، $F_{N,\max}$ معرفی شده در رابطه‌ی (۳۰) برای هر سهم به صورت مجزا تعیین می‌شود و سپس احتمال زیر محاسبه می‌شود:

$$P.F_{N,\max} = P(F_{2N,N-1} > F_{N,\max}) \quad (31)$$

هر چه احتمال فوق کمتر شود به معنای شانس بیشتر در رد شدن فرض H_0 و وجود فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب می‌باشد. متغیرهای اقتصادی معمولاً در سطح ۹۵ درصد معناداری مورد آزمون قرار می‌گیرند، در این حالت چنانچه احتمال معرفی شده در رابطه‌ی (۳۱) کمتر از ۰/۰۵ باشد فرض H_0 مبنی بر عدم فراواکنشی به اخبار و اطلاعات خوب رد می‌شود.

عدم فراواکنشی به اخبار و اطلاعات بد: $H_{0,B}$

فرض دوم با مقایسه $F_{N,\min}$ با $F_{2N,N-1}$ قابل بررسی است. برای آزمون فراواکنشی به اخبار و اطلاعات بد، این بار $F_{N,\min}$ معرفی شده در رابطه‌ی (۳۰) برای هر سهم بصورت جداگانه محاسبه می‌شود و احتمال زیر برآورد می‌شود:

(۳۲)

$$P.F_{N,\min} = P(F_{2N,N-1} > F_{N,\min})$$

مشابه فرضیه اول اگر احتمال فوق کمتر از ۰/۰۵ باشد فرض H_0 مبنی بر عدم فراواکنشی به اخبار و اطلاعات بد رد می‌شود. بعد از آزمون کردن دو فرضیه فوق، نسبت تعداد سهامی که در وضعیت فراواکنشی هستند به کل سهام سنجیده می‌شود و نسبت حاصل می‌تواند برای تبیین وضعیت فراواکنشی در بازار مورد مطالعه، استفاده شود. سرانجام لازم است جهت اطمینان از این که نتایج حاصل شده تحت تاثیر ناهمسانی واریانس نباشد، دو فرض H_0 فوق با دو آماره

$F_{N,\min}$ و $F_{N,\max}$ اصلاح شده، بار دیگر آزمون شوند. رابطه‌ی زیر دو آماره $F_{N,\min}$ و $F_{N,\max}$ اصلاح شده را نشان می‌دهد:

$$F_{N,\max}^* = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{V_{n,\max}}{\sigma_n^2}}{\sum_{n=1}^N \frac{(R_n - \bar{R})^2}{\sigma_n^2}}, \quad F_{N,\min}^* = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{V_{n,\min}}{\sigma_n^2}}{\sum_{n=1}^N \frac{(R_n - \bar{R})^2}{\sigma_n^2}} \quad (۳۳)$$

در رابطه‌ی فوق، σ_n^2 واریانس شرطی است که از مدل $GJR-GARCH(1,1)$ و با فرض ثابت بودن نرخ رانش حاصل می‌شود. مدل GJR یکی از انواع مدل‌های $GARCH$ نامتقارن است و برای لحاظ^{۲۱} عدم تقارن در اثرات شوک‌های مثبت و منفی در مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مدل $GJR-GARCH(1,1)$ واریانس شرطی به صورت رابطه‌ی زیر فرمول‌بندی می‌شود (سوری ۱۳۹۱):

$$\sigma_n^2 = \alpha + \beta\sigma_{n-1}^2 + \lambda u_{n-1}^2 + \gamma u_{n-1}^2 I_{n-1} \quad (۳۴)$$

$$\begin{cases} I_{n-1} = 1 & \text{if } u_{n-1} < 0 \\ I_{n-1} = 0 & \text{if } u_{n-1} > 0 \end{cases}$$

در این مدل اگر γ معنی‌دار نباشد بدین معنی است که اثر شوک‌های مثبت و منفی بر تغییرپذیری (واریانس) متقارن است. چنانچه γ معنی‌دار و مثبت باشد، اثر شوک‌های منفی بیشتر از شوک‌های مثبت است و نیز اگر γ معنی‌دار و منفی باشد، اثر شوک‌های مثبت بیشتر از شوک‌های منفی می‌باشد. چنانچه آماره‌های اصلاح شده در رابطه‌ی (۳۴) نتایج آزمون را بصورت قابل توجهی نسبت به قبل تغییر ندهند، نتیجه می‌شود که نتایج قابل اتکا هستند و در غیر آن صورت برای شناسایی فراواکنشی نتایج آزمون با آماره‌های اصلاح شده باید مورد استفاده قرار بگیرند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، ابتدا به معرفی فراواکنشی، فرو واکنشی و واکنش درست پرداخته شد و در ادامه چارچوب نظری و مقایسه بازده واقعی و بازده مورد انتظار در استخراج فراواکنشی و فروواکنشی اشاره گردید که با توجه به انتقادهای وارده به آن، مدل سازی بر اساس قیمت‌های

OHLC مطرح شد. در تشریح مدل‌سازی بر اساس قیمت‌های *OHLC*، نشان داده شد قیمت بازار سهام فرآیند براونی دارد و سپس V که به عنوان تلاطم قیمت سهام، به شکلی تعریف شد که امید ریاضی آن برابر با اثر اولیه خبر باشد؛ بدین طریق شناسایی فراواکنشی و فراواکنشی بر اساس قیمت‌های *OHLC* ممکن شد. از آنجا که شناسایی فوق، جریان پیوسته‌ی دریافت اخبار و اطلاعات به عنوان فرض ضمنی لحاظ شده بود و نقطه‌ی ایراد به شمار می‌رفت، ناپیوستگی جریان دریافت اخبار و اطلاعات وارد مدل شد. با وارد کردن ناپیوستگی در جریان دریافت اخبار و اطلاعات بیان شد که دیگر شناسایی فراواکنشی و واکنشی صحیح از یکدیگر امکان‌پذیر نیست و مطرح گردید که در این حالت تنها می‌توان وجود و یا عدم وجود فراواکنشی را مورد آزمون قرار داد. سپس دو فرضیه و دو آماره برای آزمون آن‌ها مطرح گردید که بوسیله آن‌ها بررسی فراواکنشی در بازار سهام ممکن شد، سپس در آخرین اقدام دو آماره برای بررسی اثرگذاری ناهمسانی واریانس، اصلاح شد.

پی‌نوشت‌ها

۱	Open, High, Low and Close Prices (OHLC)	۱۲	Intraday OHLC Prices
۲	Correct Response	۱۳	Open Price
۳	Overreaction	۱۴	Close Price
۴	Underreaction	۱۵	High Price
۵	Mispricing	۱۶	Low Price
۶	News Impact Curve	۱۷	Joint Density Function
۷	Standardized Mispricing	۱۸	Normal Density Function
۸	Geometric Brownian Motion	۱۹	Volatility
۹	Deterministic	۲۰	Exponential Distribution
۱۰	Stochastic	۲۱	Glosten, Jagannathan and Runkle (GJR)
۱۱	Drift Rate		

منابع

- استادزاد، ع؛ مهرآلیان، س. (۱۳۹۱). حرکت براونی و شبیه سازی فرآیندهای تصادفی با رویکردی کاربردی در ریاضیات مالی. سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها، دانشگاه سمنان، یازدهم و دوازدهم بهمن ماه.
- پارسیان، ا. (۱۳۸۷). مبانی آمار ریاضی، مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، ویرایش دوم، چاپ پنجم، صص: ۱۵-۲۹.
- سوری، ع. (۱۳۹۱). اقتصادسنجی همراه با کاربرد *Eviews*، انتشارات فرهنگ شناسی، ویراست چهارم، چاپ پنجم، صص: ۳۱۹-۳۲۱.
- ظهوری زنگنه، ب؛ جهانی پور، ر. (۱۳۸۳). حرکت براونی یا فرآیند وینر: ریاضی مدل ساز پدیده های طبیعی، دانشگاه صنعتی شریف، سال ۲۳، شماره ۳۳، صص: ۱-۲۰.
- قالبیاف اصل، ح؛ نادری، م. (۱۳۸۵). بررسی واکنشی بیش از اندازه سرمایه گذاران در بورس اوراق بهادار تهران نسبت به اطلاعات و اخبار منشره در شرایط رکود و رونق، مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم انسانی، تحقیقات مالی، سال هشتم، شماره ۲۱.
- مهرانی، س؛ نونهال نهر، ع. (۱۳۸۷). ارزیابی واکنش کمتر از حد مورد انتظار سرمایه گذاران در بورس اوراق بهادار تهران، بررسی های حسابداری و حسابرسی، شماره ۵۴.
- نیکبخت، م؛ مرادی، م. (۱۳۸۴). ارزیابی واکنش بیش از اندازه سهامداران عادی در بورس اوراق بهادار تهران، بررسی های حسابداری و حسابرسی، شماره ۴۰.
- Ahmad, Z ; Hussain, S. (2001). "Kuala Lumpur Stock Exchange Long Run Overreaction" *Journal of Business Finance & Accounting* 28, pp. 63-105.
- Becker, M ; Friedmann, R ; Klößner, S ; Sanddorf-Köhle, W. (2007). "A Hausman Test for Brownian Motion" *Advances in Statistical Analysis* 91, pp. 3-21.
- Da Costa, N. (1994). "Overreaction in the Brazilian Stock Market" *Journal of Banking & Finance* 18, pp. 633-642.
- Daniel, K ; Hirshleifer, D ; Subrahmanyam, A. (1998). "Investor Psychology and Security Market under- and over- Reactions" *Journal of Finance* 53, pp.1839-1885.
- Daniel, K ; Titman, S. (2006). "Market Reactions to Tangible and Intangible Information" *Journal of Finance* 4, pp.1605-1643.
- De Bondt, F ; Thaler, R. (1985). "Does the Stock Market Overreact?" *Journal of Finance* 40, pp. 793 - 808.
- Dissanaike, G. (1997). "Do Stock Markets Investors Overreact?" *Journal of Business Finance & Accounting* 24, pp. 27-47.

- Fung, A. (1999). "Overreaction in the Hong Kong Stock Market" *Global Finance Journal* 10, pp. 223–230.
- Gunaratne, P ; Yonesawa, Y. (1997). "Return Reversals in the Tokyo Stock Exchange: A Test of Stock Market Overreaction" *Japan and world Economy* 9, pp. 363–384.
- Hung, D ; Estin S. (1999). "Stock Market Reactions to Activity-based Adoptions" *Journal of Accounting and Policy* 18, pp. 229-251.
- Jegadeesh, N ; Titman, S. (1993). "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency" *Journal of Finance* 48, pp. 65–91.
- Klößner, S ; Becker, M ; Friedmann, R. (2012). "Modeling and Measuring Intraday Overreaction of Stock Prices" *Journal of Banking & Finance* 36, pp. 1152–1163.
- Miller, D. (1999). "The Market Reaction to International Cross-listings: Evidence from Depositary Receipts" *Journal of Financial Economics* 51, pp. 103-123.
- Sinkey, J ; Carter, D. (1999). "The Reaction of Bank Stock Prices to News of Derivatives losses by Corporate Clients" *Journal of Banking & Finance* 23, pp. 1725-1743.
- Yor, M. (1997). "Some Remarks about the Joint Law of Brownian Motion and its Supremum" *Séminaire de Probabilités* 31, pp. 306–314