

Investigation of Phase-mixing Phenomenon in Presence of Homogeneous and Inhomogeneous Magnetic Fields in the Ultra-short Laser Pulse Interaction with Plasma Using 2D PIC Simulation¹

Ameneh Kargarian²

Received: 2021.01.29

Revised: 2021.03.26

Accepted: 2021.04.14

Abstract

Investigation of plasma heating is of crucial importance because of its extensive applications including plasma preheating in inertial confinement fusion and magnetic confinement fusion. By propagation of a high-power ultra-short laser pulse through the underdense plasma, the plasma wave is excited in the longitudinal direction behind the laser pulse due to the laser pondermotive force. The laser energy is transferred to the plasma environment via the laser plasma interaction with the particles, so leading to plasma heating. By increasing the laser intensity or plasma density, the wave-breaking phenomenon occurs. The maximum plasma heating occurs in the wave-breaking amplitude. In this paper, the effects of applying a homogenous magnetic field on the plasma wave excited by the propagation of high-power ultra-short laser pulse in the plasma in the amplitudes below the wave-breaking amplitude is investigated, using the 2D PIC simulation method. The results show that the application of this field causes the excited wave to distort and break due to the phase-mixing phenomenon. Moreover, the simulation results show that by applying an inhomogeneous magnetic field, the wave-breaking effects appear sooner than the homogenous one. Therefore, in the moderate laser intensities and low plasma densities, it is possible to gain the maximum heating of plasma by applying the homogenous and inhomogeneous magnetic fields.

Keywords: *Phase-mixing Phenomenon, Inhomogeneous Magnetic Field, Plasma Heating.*

¹ - DOI: [10.22051/ijap.2021.34954.1194](https://doi.org/10.22051/ijap.2021.34954.1194)

² - Assistant Professor, Plasma and Nuclear Fusion Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, 14399-51113, Tehran, Iran. Email: akargarian@aeoi.org.ir.

بررسی پدیده اختلاط فازی در حضور میدان‌های مغناطیسی همگن و غیرهمگن در برهم‌کنش لیزر پالسی فوق‌کوتاه با پلازما با استفاده از شبیه‌سازی ذره‌ای دو بُعدی^۱

آمنه کارگریان^۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۱۰
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۱/۰۶
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۲۵

چکیده

بررسی مسئله گرمایش پلازما به دلیل کاربردهای گسترده آن از جمله پیش-گرمایش پلازما در حوزه گداخت محصورسازی لختی و گداخت محصورسازی مغناطیسی حائز اهمیت است. با عبور تپ لیزری پرشدت و فوق‌کوتاه از پلاسمای رقیق، بر اثر نیروی پاندرماتیو لیزری، موج پلاسمایی در پشت تپ لیزری و در راستای طولی ایجاد می‌شود. انرژی لیزر از طریق برهم‌کنش موج برانگیخته شده با ذرات پلازما به محیط پلازما انتقال داده می‌شود که به گرمایش پلازما می‌انجامد. با افزایش شدت لیزر و چگالی پلازما، پدیده شکست موج ایجاد شده و بیش‌ترین گرمایش پلازما در این دامنه اتفاق می‌افتد. در این مقاله، تأثیر اعمال میدان مغناطیسی همگن در دامنه‌های کمتر از دامنه شکست موج در امواج پلاسمای ناشی از انتشار تپ لیزری پرشدت و فوق‌کوتاه

^۱ DOI: 10.22051/ijap.2021.34954.1194

^۲ استادیار، پژوهشکده پلازما و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، ۵۱۱۱۳-۱۴۳۹۹، تهران، ایران.

Email: akargarian@aeoi.org.ir

در پلاسمای رقیق با روش شبیه‌سازی ذره‌ای دوبعدی بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که اعمال این میدان مغناطیسی سبب اعوجاج و شکست امواج پلاسما بر اثر پدیده اختلاط فازی می‌شود. علاوه بر این، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد با اعمال میدان مغناطیسی غیرهمگن اثرات شکست موج سریع‌تر از حالت همگن ظاهر می‌شوند. بنابراین، در شدت‌های متوسط لیزری و چگالی‌های پلاسمای کم، می‌توان با اعمال میدان‌های مغناطیسی همگن و غیرهمگن به بیشینه گرمایش پلاسما دست یافت.

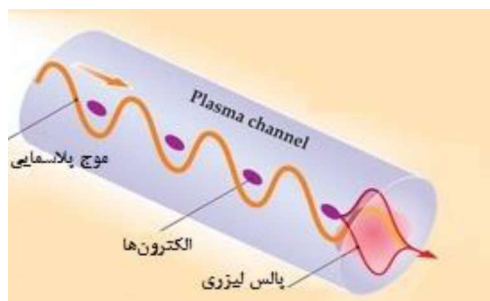
واژگان کلیدی: پدیده اختلاط فازی، میدان مغناطیسی غیرهمگن، گرمایش پلاسما.

۱. مقدمه

در سیستم برهم‌کنش لیزر-پلاسما، هنگامی که تب لیزری قوی در پلاسما منتشر می‌شود، الکترون‌ها توسط نیروی پاندروماتیو شعاعی لیزر از مرکز دور شده و یک کانال یونی در پلاسما شکل می‌دهند. همچنین، نیروی پاندروماتیو محوری لیزر با ایجاد اختلال در چگالی پلاسما سبب تولید میدان‌های طولی و ایجاد موج دنباله پلاسمایی^۱ در راستای انتشار و در عقب تب لیزری می‌شود (شکل ۱) [۳-۱]. موج دنباله پلاسمایی گاهی بر اثر عبور پرتوی از ذرات پرانرژی از درون پلاسما نیز به وجود می‌آید. در این حالت، میدان متناظر با پرتو، الکترون‌های پلاسما را که سبک‌تر از یون‌ها می‌باشند از مرکز دور کرده و یک کانال یونی شکل می‌گیرد [۴]. این پدیده موجب ایجاد موج دنباله پلاسمایی بر اثر نیروی جدایی بار می‌شود. با تشکیل موج دنباله پلاسمایی در سیستم، ذراتی که دارای سرعت‌هایی نزدیک به سرعت فاز موج پلاسما هستند، می‌توانند همراه با موج حرکت کرده و از آن انرژی بگیرند.

انتقال انرژی موج به ذرات به صورت گرمایش پلاسما یا شتاب ذرات و ایجاد پرتو ذرات پرانرژی است. در دامنه نزدیک به دامنه شکست موج، بیشینه انتقال انرژی موج به ذرات یا به عبارتی بیشینه گرمایش پلاسما اتفاق می‌افتد. در صورتی که پدیده اختلاط فازی در سیستم اتفاق بیفتد در کمتر از دامنه شکست موج، بیشینه گرمایش اتفاق می‌افتد. گرمایش پلاسما در حوزه‌های مختلف از جمله پیش گرمایش پلاسما در گداخت به روش محصورسازی لختی و محصورسازی مغناطیسی حائز اهمیت است.

^۱Plasma wakefield



شکل ۱ تشکیل کانال یونی و موج دنباله پلاسمایی در سیستم برهم کنش لیزر پلازما.

در شدت‌های لیزری متوسط، اثرات خطی مانند میرایی لاندائو نقش مهمی در میرا شدن موج دنباله بازی می‌کند [۵]. این در حالی است که اثرات غیرخطی در شدت‌های لیزری زیاد باعث به هم ریختگی شکل منظم موج و نهایتاً پدیده شکست موج می‌شود [۸۶]. آستانه شکست موج به شدت لیزر فرودی و چگالی پلازما وابسته است. به‌طور فیزیکی، فراتر از این مقدار آستانه، نوسانگرهای مجاور که موج را تشکیل می‌دهند از یکدیگر عبور کرده و در نتیجه، این نوسانگرها حرکت همسانگرد خود را از دست داده و موج دچار شکست می‌شود [۹]. علاوه بر افزایش شدت لیزر و چگالی پلازما، فرایند فیزیکی دیگری نیز وجود دارد که می‌تواند سبب شکست موج دنباله پلاسمایی شود. این فرایند به عنوان اختلاط فازی^۱ شناخته می‌شود که در صورت بروز وابستگی فضایی فرکانس نوسانات به دلایل فیزیکی مانند ناهمگنی پلازما، اثرات جرم نسبی، چندیونی بودن پلازما و غیره اتفاق می‌افتد [۱۰]. در پدیده اختلاط فازی، به دلیل ایجاد وابستگی مکانی فرکانس مشخصه موج، نوسانگرهای مجاور به آرامی از فاز همدوس خود خارج می‌شوند که به‌نوبه خود به شکست موج پس از یک زمان مشخص می‌انجامد. انتقال انرژی لیزر به محیط پلازما از طریق اندرکنش موج طولی ایجاد شده با ذرات پلازما، در نزدیکی آستانه شکست موج دارای بیش‌ترین مقدار خواهد بود. در این دامنه، بیشینه گرمایش لیزری برای محیط پلازما اتفاق می‌افتد. در سال‌های اخیر، مطالعات زیادی به‌صورت نظری و با استفاده از تقریب سیالی در این حوزه انجام شده است. برای مثال، پدیده اختلاط فازی در یک پلازما با چگالی غیرهمگن [۱۰] و پلاسمای چندیونی [۱۱] و پلاسمای مغناطیده همگن [۱۲، ۱۳] بررسی شده است. در این مقاله، پدیده اختلاط فازی در پلاسمای مغناطیده همگن و غیرهمگن با استفاده از کد شبیه‌سازی ذره‌ای (ذره در جعبه) دو بُعدی ارتقاء یافته بررسی می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی دو بُعدی از پدیده اختلاط فازی در پلاسمای مغناطیده همگن، نتایج نظری به‌دست آمده به روش تقریب سیالی در

^۱Phase-mixing

مراجع [۱۲، ۱۳] را تأیید می‌کند. علاوه بر این، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که پدیده اختلاط فازی در پلاسمای مغناطیده غیرهمگن در زمان کوتاه‌تری نسبت به پلاسمای مغناطیده همگن اتفاق می‌افتد. بخش دوم این مقاله، به بیان مدل و کد شبیه‌سازی ذره‌ای اختصاص داده شده است. در بخش سوم، نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شده است. بخش چهارم نیز شامل خلاصه و نتیجه‌گیری است.

۲. کد شبیه‌سازی ذره‌ای دو بُعدی

در این مقاله، از یک کد شبیه‌سازی ذره‌ای دو بُعدی ارتقاء یافته برای بررسی پدیده اختلاط فازی موج پلاسمایی ایجاد شده به دلیل انتشار تب لیزر در محیط پلاسمای مغناطیده همگن و غیرهمگن استفاده شده است. در روش شبیه‌سازی ذره‌ای [۱۴، ۱۵]، چگالی ذرات در شبکه به طریق وزن‌دهی محاسبه می‌شوند. سپس میدان الکتریکی از حل معادله پوآسون در نقاط شبکه به دست می‌آید. میدان الکتریکی شبکه از طریق درون‌یابی در محل ذرات محاسبه می‌شود. سپس، مکان و سرعت جدید ذرات با استفاده از معادله نیوتون-لورنتس نسبیته و به روش بوریس و ییونمن محاسبه می‌شود. از محدودیت‌های اساسی این روش آن است که معمولاً تعداد ذرات به کاررفته در آن‌ها چندین مرتبه کوچک‌تر از پلاسماهای واقعی است. برای رفع این محدودیت از مفهوم ابرذره^۱ استفاده می‌شود. این ذرات دارای جرم و باری چند برابر ذرات واقعی هستند و در حقیقت نماینده تعداد زیادی ذره می‌باشند [۱۶، ۱۷]. در این روش، هر ذره مطابق با نیروی لورنتس اعمال شده توسط میدان‌های الکترومغناطیسی در موقعیت ذره و مطابق با رابطه (۱) حرکت می‌کند:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}) \quad (1)$$

تحول میدان‌ها نیز بر طبق معادلات ماکسول انجام می‌شود:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (3)$$

$$-\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (5)$$

$$\vec{j}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N q_i v_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \quad (6)$$

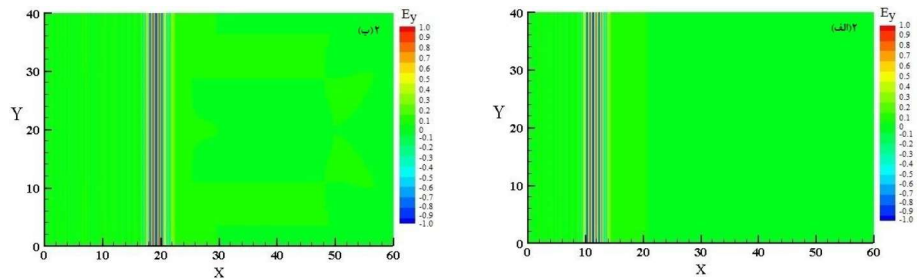
¹Macroparticle

$$\rho(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N q_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \quad (7)$$

پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی به صورت زیر بی بُعد شده اند: مکان (x) به طول موج لیزر (λ_l)، زمان (T) به معکوس فرکانس لیزر (ω_l^{-1})، تکانه های عرضی و طولی (p_x, p_y) به $m_e c$ ، چگالی پلاسما (n) به چگالی بحرانی پلاسما (n_{cr})، میدان های الکتریکی عرضی و طولی (E_x, E_y) به $\omega_l m_e c / q_e$ و میدان مغناطیسی (B_z) به $\omega_l m_e / q_e$. در شبیه سازی، اندازه گام های مکانی و زمانی به ترتیب برابر با $0.1\lambda_l$ و $0.05 fs$ در نظر گرفته شده اند. در بخش بعدی مقاله، با استفاده از این روش شبیه سازی، پدیده اختلاط فازی با گذشت زمان در سیستم برهم کنش لیزر-پلاسما و در حضور میدان های مغناطیسی همگن و غیرهمگن بررسی شده است.

۳. نتایج شبیه سازی

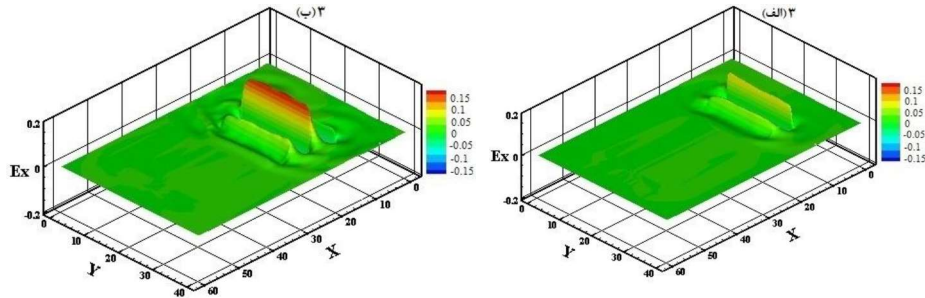
نتایج حاصل از شبیه سازی برای تپ لیزری با شکل سینوسی-گوسی دارای طول موج $\lambda = 1\mu m$ و پهنای تپ $\tau = 40 fs$ و دامنه شدت بدون بُعد $a = 1$ که توسط رابطه $I = 1.37 \frac{a^2}{\lambda^2} \times 10^{18} \omega / cm^2$ با شدت لیزر (I) رابطه دارد، حاصل شده است. همچنین، پلاسما با چگالی $n_0 = 0.01 n_c$ (n_c چگالی بحرانی پلاسماست) و ابعاد $10\lambda \leq x \leq 50\lambda$ و $10\lambda \leq y \leq 30\lambda$ در نظر گرفته شده است. ابعاد جعبه شبیه سازی در فضای دو بُعدی نیز به صورت $0 \leq x \leq 60\lambda$ و $0 \leq y \leq 40\lambda$ هستند. در شکل ۲ الف و ۲ ب میدان الکتریکی عرضی تپ لیزری پر شدت و فوق کوتاه هنگام عبور از پلاسمای رقیق در دو زمان بی بُعد $T = 60$ و $T = 120$ نشان داده شده است.



شکل ۲ میدان الکتریکی عرضی تپ لیزر در زمان های (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

۵۰ / بررسی پدیده اختلاط فازی در حضور میدان‌های مغناطیسی همگن و غیرهمگن در برهم‌کنش لیزر ...

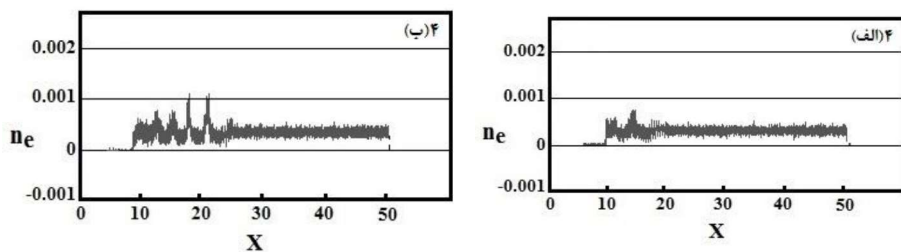
با عبور تپ لیزری پرشدت و فوق کوتاه از مرتبه فمتوثانیه از پلاسمای رقیق، موج پلاسمایی در راستای طولی ایجاد می‌شود. انتشار موج دنباله پلاسمایی ایجاد شده در پلاسمای رقیق غیرمغناطیده در دو زمان بی‌بعد $T = 60$ و $T = 120$ در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳ موج پلاسمایی ایجاد شده در پلاسمای رقیق غیرمغناطیده

در زمان‌های (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

از جمله نشانه‌های پدیده شکست موج / اختلاط فازی و گرمایش پلاسما، ظهور خطوط تیز^۱ و رشد آن‌ها در چگالی الکترون است، همان گونه که در مراجع [۱۳-۱۰] نیز این موضوع بررسی شده است. در شکل‌های ۴ الف و ب، نمودار چگالی الکترون به ترتیب در دو زمان بی‌بعد $T = 60$ و $T = 120$ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در غیاب میدان مغناطیسی، با گذشت زمان تعداد کمی از خطوط تیز در پروفایل چگالی مشاهده می‌شود.

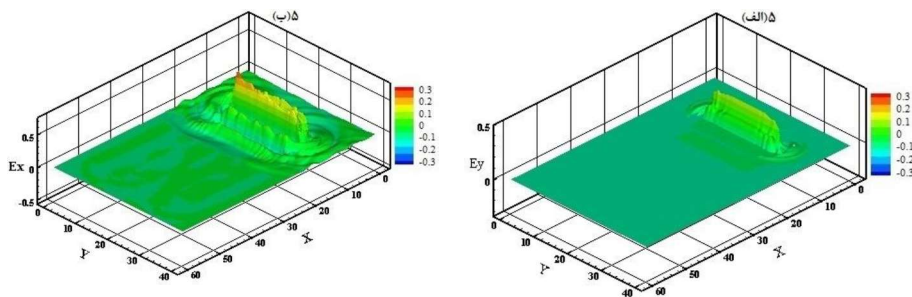


شکل ۴ چگالی الکترون در پلاسمای غیرمغناطیده در زمان‌های (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی همگن $\mathbf{B} = B_0 \hat{z}$ در راستای عمود بر انتشار موج، مشاهده می‌شود که موج دنباله ایجاد شده دچار اعوجاج شده و شکل منظم و نوسانی خود را از دست می‌-

^۱Spikes

دهد. شکل ۵، انتشار موج دنباله ایجاد شده در پلاسما رقیق مغناطیده همگن را در دو زمان بی‌بعد $T = 60$ و $T = 120$ نشان می‌دهد. الکترون‌های پلاسما در حضور میدان مغناطیسی خارجی در سیستم برهم کنش لیزر-پلاسما تحت تأثیر نیروی لورنتس قرار می‌گیرند که در مسیرهای الکترونی اثر خواهد گذاشت. در واقع، میدان الکتریکی موج هیبرید بالای^۱ نسبی تولید شده، الکترون‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. اثرات نسبی باعث می‌شود فرکانس مشخصه موج به دامنه و موقعیت موج بستگی پیدا کند. بنابراین، موج هیبرید بالای نسبی دیگر تناوبی نخواهد بود. از نظر فیزیکی، فرکانس وابسته به فضا باعث می‌شود المان‌های سیال الکترونی مختلف با فرکانس‌های موضعی متفاوت نوسان کنند که نشان‌دهنده پدیده شکست موج یا پدیده اختلاط فازی است. در مراجع [۱۲، ۱۳] با استفاده از توصیف سیالی پلاسما مغناطیده، تحلیل نظری این مسئله را انجام داده‌اند. این مشاهدات بیانگر اختلاط سریع فاز نوسانات هیبرید بالایی به دلیل وجود نیروی لورنتس در حضور میدان مغناطیسی است.

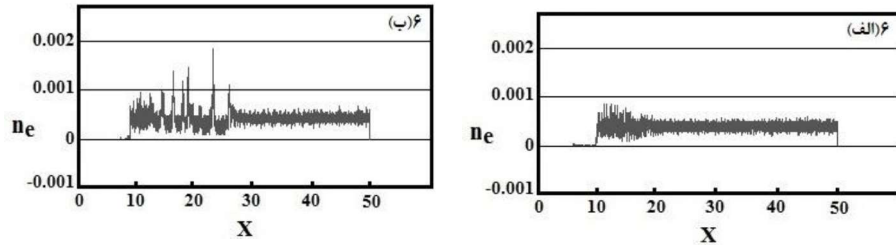


شکل ۵ موج پلاسمایی ایجاد شده در پلاسما رقیق مغناطیده همگن در زمان (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

نمودار چگالی الکترون در دو زمان بی‌بعد $T = 60$ و $T = 120$ به ترتیب در شکل‌های ۶الف و ۶ب نشان داده شده است. از مقایسه این نمودارها با نمودارهای چگالی الکترون در غیاب میدان مغناطیسی (شکل ۴)، مشاهده می‌شود که در حضور میدان مغناطیسی همگن خطوط تیز در چگالی الکترون، با گذشت زمان، رشد می‌کنند. این رفتار نشان‌دهنده ظهور پدیده اختلاط فازی در حضور میدان مغناطیسی همگن است.

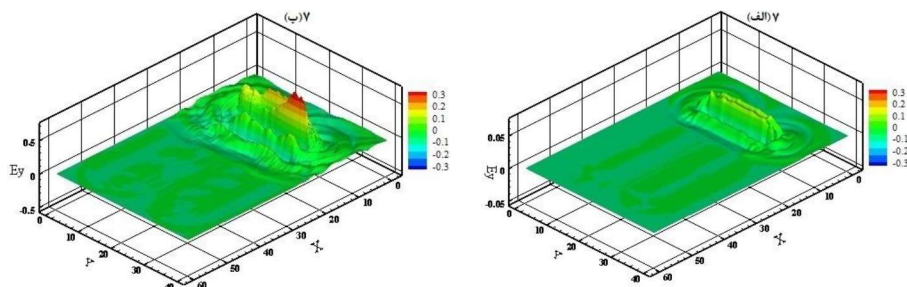
^۱Upper hybrid wave

۵۲ / بررسی پدیده اختلاط فازی در حضور میدان‌های مغناطیسی همگن و غیرهمگن در برهم‌کنش لیزر ...



شکل ۶ چگالی الکترون در حضور میدان مغناطیسی همگن در زمان‌های (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

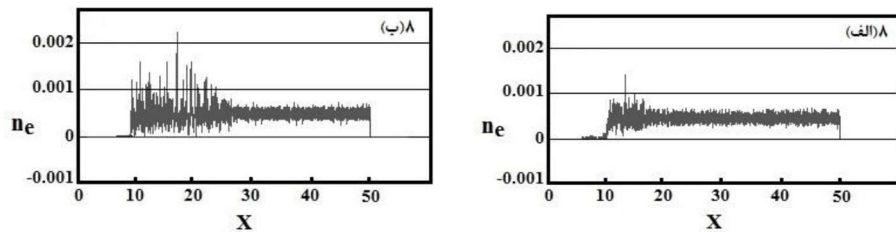
به‌منظور بررسی اثرات میدان مغناطیسی غیرهمگن در نوسانات موج برانگیخته‌شده، میدان مغناطیسی غیرهمگن به صورت $\vec{B} = B_0 \cos(kx)\hat{z}$ در راستای عمود بر انتشار موج در نظر گرفته شده است. شکل ۷ انتشار موج دنباله پلاسمایی ایجادشده در پلاسمای رقیق مغناطیده غیرهمگن را در دو زمان بی‌بعد $T = 60$ و $T = 120$ نشان می‌دهد. شکل ۷ نشان می‌دهد که در زمان $T = 120$ ، میدان الکتریکی متناظر با موج ایجادشده، شکل تناوبی خود را در حضور میدان مغناطیسی غیرهمگن به طرز چشمگیری از دست داده است. در نتیجه، پدیده اختلاط فاز در پلاسمای مغناطیده غیرهمگن در زمان کوتاه‌تری نسبت به پلاسمای مغناطیده همگن اتفاق می‌افتد. دلیل این رفتار، وابستگی مستقیم فرکانس مشخصه موج هیبرید بالا به مکان به دلیل غیرهمگن بودن میدان مغناطیسی است.



شکل ۷. موج پلاسمایی ایجادشده در پلاسمای رقیق مغناطیده غیرهمگن در زمان‌های (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

نمودار چگالی الکترون در دو زمان بی‌بعد $T = 60$ و $T = 120$ به ترتیب در شکل‌های ۸الف و ۸ب نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌کنید در زمان $T = 120$ خطوط تیز در چگالی الکترون در حضور میدان مغناطیسی غیرهمگن تا میزان شدیدی رشد کرده‌اند. این نتیجه

بیانگر کاهش زمان اختلاط فاز در پلاسمای مغناطیسه غیرهمگن نسبت به پلاسمای مغناطیسه همگن است.



شکل ۸ چگالی الکترون در حضور میدان مغناطیسی غیرهمگن در زمان‌های (الف) $T = 60$ و (ب) $T = 120$.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، امواج دنباله پلاسمایی ناشی از عبور تپ لیزر پرشدت و فوق کوتاه در محیط پلاسمای رقیق در حضور میدان‌های مغناطیسی همگن و غیرهمگن و پدیده اختلاط فازی با روش شبیه‌سازی ذره‌ای دوبعدی بررسی شده است. در شدت‌های بالای لیزری، اثرات غیرخطی موجب بهم‌ریختگی شکل منظم موج و پدیده شکست موج می‌شود. آستانه شکست موج به شدت لیزر فرودی و چگالی پلاسمای وابسته است. علاوه بر افزایش شدت لیزر و چگالی پلاسمای، فرایند فیزیکی دیگری به عنوان پدیده اختلاط فازی وجود دارد که می‌تواند به شکست موج پلاسمایی بیانجامد. این فرایند در صورت بروز وابستگی فضایی فرکانس نوسانات اتفاق می‌افتد. در این مقاله نشان داده شد که در حضور میدان مغناطیسی همگن، موج ایجاد شده با گذشت زمان شکل متناوب خود را از دست می‌دهد و همچنین خطوط تیز در چگالی الکترون که یکی از نشانه‌های پدیده اختلاط فازی است، شروع به رشد می‌کند. علاوه بر این، نتایج شبیه‌سازی نشان داد که با اعمال میدان مغناطیسی غیرهمگن به دلیل ایجاد وابستگی فرکانس مشخصه به مکان، پدیده اختلاط فازی سریع‌تر نسبت به اعمال میدان مغناطیسی همگن اتفاق می‌افتد.

منابع

- [1] Esarey E, Shadwick B. A., Catravas P., Leemans W.P. Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels. *Physical Review E*, **65**, 056505, 2002.
- [2] Litos M., Adli E., An W., Clarke C.I., Clayton C.E., Corde S., Delahaye J.P., England R.J., Fisher A.S., Frederico J. and Gessner S. High-efficiency acceleration of an electron beam in a plasma wakefield accelerator. *Nature*, **515**, 92-95, 2014.
- [3] Arefiev A.V., Khudik V.N. and Schollmeier M. Enhancement of laser-driven electron acceleration in an ion channel. *Physics of plasmas*, **21**, 033104, 2014.

- [4] Wang Z. Y., Tang C. J. and Peng X. D. Cherenkov electromagnetic instability excited by an oscillating relativistic electron beam in ion channel. *Physics of Plasmas*, **17**. 083114. 2010.
- [5] Ahedo E. and Sanmartin J.R. Resonant absorption in a plasma step profile. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **29**.419.1987.
- [6] Modena A., Najmudin Z., Dangor A. E., Clayton C. E., Marsh K. A., Joshi C., Victor Malka *et al.* Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature*, **377** 606-608.1995.
- [7] Lobet M., Kando M., Koga J.K., Esirkepov T.Z., Nakamura T., Pirozhkov A.S. and Bulanov S.V. Controlling the generation of high frequency electromagnetic pulses with relativistic flying mirrors using an inhomogeneous plasma. *Physics Letters A*, **377**. 1114-1118. 2013.
- [8] Yampolsky N.A. and Fisch N.J. Effect of nonlinear Landau damping in plasma-based backward Raman amplifier. *Physics of Plasmas*, **16**.072105. 2009.
- [9] Bulanov Stepan S., Valery Yu Bychenkov, Vladimir Chvykov, Galina Kalinchenko, Dale William Litzenberg, Takeshi Matsuoka, Alexander GR Thomas *et al.* Generation of GeV protons from 1 PW laser interaction with near critical density targets. *Physics of plasmas*, **17**. 043105 2010.
- [10] Karmakar M., Maity C., Chakrabarti N. and Sengupta S. Phase-mixing of large amplitude electron oscillations in a cold inhomogeneous plasma. *Physics of Plasmas*. **25**. 022102. 2018.
- [11] Sourav P., Maity C., Chakrabarti N. Phase-mixing of ion plasma modes in pair-ion plasmas. *Physics of Plasmas* **22**, 052303. 2015.
- [12] Maity C., Sarkar A., Shukla P.K. and Chakrabarti N. Wave-breaking phenomena in a relativistic magnetized plasma. *Physical review letters*, **110**.215002.2013.
- [13] Karmakar M., Maity C. and Chakrabarti N. Wave-breaking amplitudes of relativistic upper-hybrid oscillations in a cold magnetized plasma. *Physics of Plasmas*, **23**.064503. 2016.
- [14] Kargarian A., Rouhani M. R and Hakimipajouh, H. One dimension PIC simulation of nonlinear ion-acoustic waves in plasma. *Iranian Journal of Physics Research*, **11**. 2011.
- [15] Rohani, M. R, and Kargariyan, A. Particle simulation of linear sound ions in plasma. *Iranian Journal of Applied Physics*, **4**. 57-63. 2014.
- [16] Hockney R.W, Estwood J.W. *Computer Simulation Using Particles*, McGraw-Hill, New York, 1981
- [17] Birdsall C.K. and Langdon A.B. *Plasma physics via computer simulation*, CRC Press,2004.