Research Paper

Difference in Behavior of Multiphoton Resonances for Odd and Even Multiples of the Strong Driving Fields Photon Energy in Five-level Quantum Systems[1]

Mostafa Karami[2] and Parsa Zamani[3]

Received: 2020.05.14
Revised: 2020.10.18
Accepted: 2020.12.20

Abstract
In this research, level structure of two-electron double quantum dots in terms of energy levels crossings a five-level system is modeled. This work is done for explaining reasons of happening multiphoton resonances and their different behavior for the odd and even multiples of photon energy near interdot charge transitions that shows the current detuning dependence on this asymmetry. First, interference phase and transition rates up to fourth order for zero and arbitrary detunings were calculated making use of non-adiabatic and strong-field approximations. Second, by numerical simulation and its analysis, the steady-state current is calculated in spin-blockaded situation that it perfectly agrees with the measured current in experiments done on InAs and GaAs double quantum dots. At last, it was shown that the obtained results in this model contain all main features of the experimental data and this behavioral difference of resonances for the frequency integer multiples is specific to multilevel systems in the presence of the large-amplitude applied fields. This study is closely related to the nano and micro scales, solid state and atomic or molecular systems.
Keywords: *Multilevel Quantum Interferences, Multiphoton Resonances, Odd-even Multiple Effect, Two-electron Regime, Background Current.*

---

[1] DOI: 10.22051/ijap.2020.31396.1161
[2] Teacher of Mamasani Education Department, Ministry of Education of Fars, Fars, Iran; PhD Student, Department of Physics, Faculty of Science, Yasouj University, Yasouj, Iran (Corresponding Author). Email: mostafakarami35@yahoo.com
[3] Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Yasouj University, Yasouj, Iran. Email: p_zamani@yu.ac.ir

فصلنامهٔ علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا
سال دهم، پیاپی ۲۱، تابستان ۱۳۹۹

مقالهٔ پژوهشی

تفاوت رفتار تشدیدهای چندفوتونی به‌ازای مضارب فرد و زوج انرژی فوتون میدان‌های محرک قوی در سامانه‌های کوانتمی پنج‌ترازی[1]

مصطفی کرمی*[۲] و پارسا زمانی[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۲۵
تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۷/۲۷
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۳۰

چکیده

در این تحقیق، ساختار ترازی نقاط کوانتمی دوگانهٔ دوالکترونی، برحسب محل تقاطع ترازهای انرژی یک سامانهٔ پنج‌ترازی مدل شده است. این کار انجام شده است تا علل رویداد تشدیدهای چندفوتونی و تفاوت رفتار آن‌ها را به‌ازای مضارب فرد و زوج انرژی فوتون در مجاورت گذارهای بار بین نقطه‌ای که نمایانگر وابستگی نامیزانی جریان به این عدم تقارن است، توضیح دهیم. ابتدا با استفاده از تقریب‌های قوی‌میدان و غیر بی‌درو، فاز تداخل و آهنگ‌های گذار تا مرتبهٔ چهارم برای نامیزانی‌های صفر و دلخواه محاسبه شدند. سپس با شبیه‌سازی عددی و تحلیل آن، جریان در وضعیت سدشدگی اسپینی محاسبه شد، که با

[1] DOI: 10.22051/ijap.2020.31396.1161

[۲] دبیر آموزش و پرورش ممسنی، سازمان آموزش و پرورش استان فارس، فارس، ایران؛ دانشجوی دکترا، گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران (نویسندهٔ مسئول). mostafakarami35@yahoo.com

[۳] استادیار، گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران. p_zamani@yu.ac.ir

جریان اندازه‌گیری‌شده در آزمایش‌ها بر روی نقاط کوانتمی دوگانهٔ GaAs و InAs، سازگاری کامل دارد. در پایان نشان داده شد که نتایج حاصل از این مدل، شامل همهٔ خصوصیات مهم و بارز داده‌های موجود در مشاهدات تجربی است و این تفاوت رفتاری تشدیدها به‌ازای مضارب صحیح بسامد، مختص سامانه‌های چندترازی در معرض میدان‌های کاربردی بزرگ‌دامنه است. این مطالعه با انواع سامانه‌های چندترازی مقیاس نانو و میکرو، حالت جامد و اتمی یا ملکولی ارتباط تنگاتنگی دارد.

واژگان کلیدی: *تداخل‌های کوانتمی چندترازی، تشدیدهای چندفوتونی، اثر مضارب فرد-زوج، رژیم دو الکترونی، جریان پس‌زمینه.*

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر، مطالعات گسترده‌ای دربارهٔ رفتار و ساختار سامانه‌های نانومقیاس که با میدان‌های وابسته به زمان خارجی برهم‌کنش دارند، در زمینه‌های مختلف فیزیک نظری و تجربی صورت گرفته است. هامیلتونی‌های وابسته به زمان، موجب خلق انواعی از پدیده‌های نوین شده که دسترس به آن‌ها در مکانیک کوانتمی بعید است. برای مثال، با اکتشاف و پیشرفت انواع لیزر، مسیرهایی مطلوب برای انجام تحقیقات جدید، در سامانه‌های غیرخطیِ قویاً تحریک‌شده ایجاد شده است [۱-۴]. فراوانی مطالعات در باب ساختار سامانه‌های دوترازی تحریک‌شدهٔ قوی [۵-۹]، باعث شده تا سامانه‌های چندترازی حوزهٔ جدید و وسیع‌تری را برای پژوهش و کار در اختیار دانشمندان قرار دهد. برهم‌کنش میدان با این‌گونه سامانه‌ها، به تغییر پاسخ اپتیکی آن‌ها از طریق تداخل‌های کوانتمی بین مسیرهای تحریکی مختلف یا جفت‌شدگی قوی میدان با ترازهای انرژی می‌انجامد. برای مثال، فرایندهای چندفوتونی مرتبه‌های بالا [۱۰ و ۱۱]، موجب ایجاد پدیده‌هایی کاملاً بدیع و مفید از قبیل وارونی جمعیت [۱۲–۱۴]، خنک‌سازی به وسیلهٔ لیزر و میکروموج‌های قوی [۱۵ و ۱۶] و طیف‌سنجی کیوبیتی[4] [۱۷ و ۱۸] شده است.

در نقاط کوانتمی دوگانهٔ (DQD) نانوسیم InAs، هماهنگ چندتایی در تشدید اسپین دوقطبی الکتریکی (EDSR) برای الکترون‌های نوار رسانایی، تولید می‌شود [۱۹]. هماهنگ‌ها (nهای صحیح)، وابستگی بارز نامیزانی را در مجاورت گذارهای بار بین نقطه‌ای نشان می‌دهند، در حالی که برای نامیزانی‌های بزرگ، فقط وضعیت تشدید اسپین اصلی قابل مشاهده است. وجود هماهنگ‌ها در شرط تشدید $E = n\hbar\omega$ مبین وابستگی فرد-زوج بوده، به طوری که علامت nهای

---

[4] Qubit spectroscopy

فرد و زوج متفاوت است [۱۹] و تولید آن‌ها در سامانه‌های نیم‌رسانای تحریک‌شده با تپ‌های تراهرتز [۲۰] و در نقاط کوانتمی (QD) که به طور الکتریکی تحریک می‌شوند، محسوس است [۲۱ و ۲۲]. وقتی تحریک DQD در مجاورت گذارها صورت گیرد، وقوع تشدیدهای چندفوتونی حتمی و مشاهدهٔ آن‌ها فقط از طریق سامانه‌هایی در حضور میدان‌های محرک بسیار قوی، امکان‌پذیر است [۲۳]. بنابراین، اغلب مشاهدات تجربی به فرایندهای دوفوتونی محدود می‌شوند.

وجود تفاوت رفتار (عدم تقارن) تشدیدهای چندفوتونی که نتیجهٔ آزمایش بر روی DQD در وضعیت سدشدگی اسپینی است [۱۹ و ۲۲]، نشان داده است که هرگاه شکافتگی ثابت زیمان الکترون، با مضرب زوجی از انرژی فوتون میدان دوره‌ای مساوی شود یعنی $E_Z = 2n\hbar\omega$، آنگاه توقف جریان را در پی خواهد داشت اما جریان برای تشدیدهای فرد یعنی $E_Z = (2n+1)\hbar\omega$، تقویت می‌شود. در سامانه‌های دوترازی دلیل عدم حساسیت این تفاوت رفتار نسبت به اندازهٔ دامنهٔ تحریک، بدون پاسخ مانده است [۲۴]. پژوهش‌هایی مبنی بر وجود و رویداد تشدیدهای مذکور، انجام گرفته [۲۷–۲۵] اما قادر به ارائهٔ علتی برای اثر فرد-زوج در [۱۹ و ۲۲] نیستند.

در سال‌های اخیر، به طور تحلیلی توضیح کاملی بر پایهٔ حد تحریک قوی در یک سامانهٔ سه‌ترازی به منظور حل معمای فوق، توسط دنون و رادنر[5] ارائه شد [۲۸] که به تبعیت از کار آن‌ها، ما نیز رخداد این پدیده را در سامانه‌های کوانتمی مختلف بررسی کردیم [۲۹]. سامانه‌های چندترازی، قبلاً در مطالعاتی از قبیل وقوع گذارهای چندفوتونی، به طور مستقیم یا از طریق یک حالت میانی تشدیدی در سامانه‌هایی از نوع نردبانی [۳۰] و دینامیک کیوبیت‌های ابررسانایی با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی [۱۲] مطالعه شدند.

گذارهایی که بین ترازهای انرژی در عدم تقاطع آن‌ها رخ می‌دهد، به عنوان گذارهای لاندائو-زنر-استکلبرگ-مجورانا (LZSM) شناخته می‌شوند. هرگاه سامانه‌ای در معرض یک میدان بزرگ‌دامنهٔ دوره‌ای قرار گیرد، موجب شکل‌گیری دنباله‌ای از گذارها شده و فاز به‌وجودآمده بین آن‌ها (فاز استکلبرگ)، به تداخل‌های سازنده یا ویرانگر می‌انجامد که این امر مبین وابستگی دوره‌ای سامانه به پارامترهای مختلف بوده و این پدیده تداخل‌سنجی LZSM نامیده می‌شود. در سامانه‌هایی که از طریق عدم تقاطع حالت‌های غیر بی‌دررو تحریک می‌شود، وقوع گذارهای LZSM قطعی بوده [۳۱-۳۴] که این رویداد فرایندی همدوس، مشابه پرتوشکافی برای فوتون‌هاست به طوری که یکی از حالت‌های ورودی اتم را پذیرفته و یک برهم‌نهی از

[5] Danon and Rudner

حالت‌ها را به وجود می‌آورد. عبورهای تکراری در هر عدم تقاطع بین دو تراز، به صورت تداخل-سنج اتمی عمل می‌کند که برای تداخل کوانتمی مکانیکی با خودش، حالت برهم‌نهی اتمی را ایجاد می‌کند. به دلیل وابستگی شدید ضرایب وزنی حالت برهم‌نهی به اندازهٔ عدم تقاطع و سرعتی (تغییر انرژی نسبی بین ترازها در واحد زمان) که به واسطهٔ آن محل تقاطع به وجود می‌آید، چنین تداخلی به طور کامل طیف انرژی اتم مصنوعی را نشان داده که می‌توان از آن برای تسهیل کنترل کوانتمی غیر بی‌درو استفاده کرد.

در این مقاله، علل رفتار متفاوت تشدیدهای چندفوتونی در nهای زوج و فرد با استفاده از مدل‌سازی ساختار ترازی یک DQD پنج‌ترازی دو الکترونی در رژیم وافازی قوی[6] [۲۸]، به صورت نظری ارائه شده است. مشخص شد که علت وقوع و غلبهٔ تشدیدها و تفاوت رفتار آن‌ها در مجاورت گذارهای بار بین نقطه‌ای، تداخلِ چندترازیِ LZSM است، به طوری که ویژگی‌های اصلی مشاهده‌شده در آزمایش [۱۹] را بازتولید کرده و تشدیدهایی تا هشت فوتون، وابستگی قوی فرد-زوج مضارب و افت‌وخیزهای موجود در EDSR، به صورت تابعی از ناميزانی ترازـانرژی نشان داده شد. برای نیل به این هدف، با انجام تحلیل کاملی بر اساس محل تقاطع چندترازی یک سامانهٔ پنج‌ترازی که در آن، دو میدان بزرگ‌دامنهٔ متقارن خارجی با دو تا از حالت‌ها (حالت‌های شاتل[7]) به‌طور قوی جفت شده است، فاز تداخل و آهنگ‌های گذار با تقریب‌های قوی‌میدان و غیر بی‌درو تعیین شدند. در انجام این کار از اثرات برهم‌کنشی شاتل‌ها با یکدیگر صرف‌نظر شده و مسیر انجام محاسبات با یافتن هامیلتونی برهم‌کنش از طریق وابستگی زمانی تمامی ترازها در رژیم مذکور هموار شده است. تشدیدهای چندفوتونی که محصول تداخل‌های چندترازی میان فرایندهای مرتبهٔ اول و سوم و نیز مرتبه‌های دوم با یکدیگر است به همدوسی‌های بلندمدت میان حالت‌های اول و سوم احتیاج داشته و پایستگی کامل چنین پدیده‌ای در رژیم وافازی، روی حالت‌های شاتل اثبات شد. سپس نتایج محاسبات با نتایج تجربی مقایسه و نشان داده شد که این محاسبات تمام خصوصیات اساسی داده‌های آزمایشگاهی را بازتولید کرده است.

۲. میدان‌های متقارن در سامانه‌های دوترازی

ابتدا با معرفی هامیلتونی زیر رویداد تشدیدهای چندفوتونی در یک سامانهٔ کوانتمی دوترازی بررسی می‌شود. با فرض جفتیدگی میدان‌های بزرگ‌دامنه با ترازها، پایه‌های سامانه $\{|S'\rangle, |S\rangle\}$ بوده و هامیتلونی مد نظر به شکل زیر است

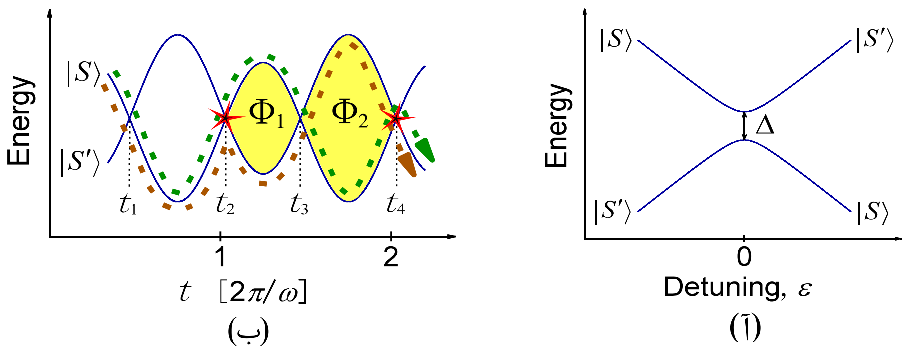
---

[6] Strong-dephasing regime

[7] Shuttle states

$$H_2(t) = \begin{pmatrix} -\varepsilon(t) & \Delta/2 \\ \Delta/2 & \varepsilon(t) \end{pmatrix}, \tag{۱}$$

در اینجا، $\varepsilon(t) = -\varepsilon_0 + A\sin\omega t$، میدان محرک با بسامد ω و نامیزانی مستقل از زمان ε_0 و دامنهٔ A است و $\Delta/2$ عنصر جفتیدگی است. معادلهٔ مشخصهٔ حاصل از قطری کردن هـامیلتونی (۱) را حل کرده و با لحاظ شروط تحریک قوی $\Delta \ll A$ و $A > |\varepsilon_0|$، طیف لحظه‌ای سـامانه بـه - ترتیب در شکل‌های ۱ (آ) و (ب) به صورت توابعی از نامیزانی ε و زمان t رسم شده‌اند.



شکل ۱ با فرض شرط تحریک قوی و قطری کردن هامیلتونی، از حل معادلهٔ مشخصه، ترازهـای انـرژی بـه ترتیـب در (آ) و (ب) به صورت توابعی از ε و t با خطوط باریک آبی رسم شده‌انـد. مسیرهای تـداخلی کـه سـامانه را از $|S\rangle$ بـه $|S'\rangle$ می‌برد با خط‌چین‌های ضخیم به‌رنگ سبز و قهوه‌ای در شکل (ب) مشخص شده است.

گذارهای LZSM با دورهٔ تحریک $T = 2\pi/\omega$، از طریق عدم تقـاطع بـین ترازهـای متنـاظر بـا $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ در زمان‌های t_2 و $t_4 = t_2 + T$ رخ داده‌اند که در شکل ۱ (ب) به شکل دو انفجـار با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند.

با فرض تحریک قوی، وقتی ترازهای انرژی تقریباً تبهگن شدند، رویـداد گـذارهای LZSM در نقاط $\{t_p\}$ که به خوبی تعریف شده‌اند پیش‌بینی‌پـذیر هسـتند. در شـکل ۱ (ب)، بـا ترسـیم دو مسیر تداخلی با خط‌چین‌های سبز و قهوه‌ای ضخیم که سامانه را از حالت $|S\rangle$ به حالت $|S'\rangle$ برده، می‌توان به راحتی فاز تداخل را از رابطهٔ زیر تعیین کرد

$$\Phi = |\Phi_1| - |\Phi_2| = \frac{1}{\hbar}\int_{t_2}^{t_2+T} dt\,(E_S - E_{S'}) = 4n\pi. \tag{۲}$$

برای سهولت، تا پایان مقالـه مقـدار $\hbar$ برابـر عـدد یـک در نظـر گرفتـه شـده اسـت. وقتـی رابطـهٔ $\varepsilon_0 = n\omega$ حاکم شود، برای تمام nهای صحیح، تـداخل سـازنده خواهـد بـود کـه $\Phi = 4n\pi$. برای چنین وضعیتی، همهٔ مسیرها با گذارهای در زمان‌های فـرد یـا زوج، بـه طـور سـازنده تـداخل کرده‌اند، که به واسطهٔ آن پاسخی تشدیدی به وجود آمده است. سـاختار اضـافی ناشـی از تـداخل

میان مسیرها، به فازهای انفرادی $\Phi_{1,2}$ بسیار حساس است. شدّت خط تشدید چندفوتونی این سامانه که تحریک آن از طریق میدان‌های بزرگ‌دامنهٔ سینوسی صورت می‌گیرد، با تابع بسل فرمول‌بندی شده است [۷]. حساسیت شدّت تشدیدها به بسامد و دامنهٔ میدان‌ها، باعث پیدایش دنباله‌ای از گره‌ها و قله‌ها است که با A/ω تغییر یافته‌اند.

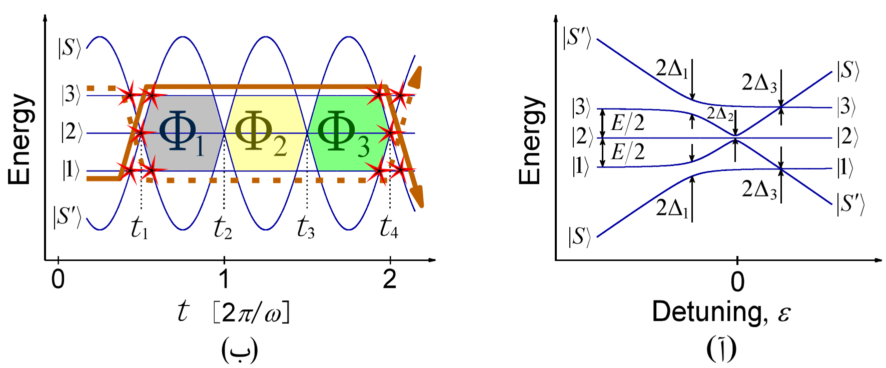
۳. سامانه‌های کوانتمی پنج‌ترازی

۳ـ۱ هامیلتونی و حالت‌های شاتل

اینک یک سامانهٔ پنج‌ترازی که در آن جفتیدگی حالت‌های $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ با میدان‌های بزرگ‌دامنه صورت گرفته، بررسی می‌شود. این حالت‌ها همانند دو شاتل، تنها عامل جابه‌جایی جمعیت میان سه تراز دیگر است. می‌توان هامیلتونی این سامانه را در پایه‌های $\{|S\rangle, |3\rangle, |2\rangle, |1\rangle, |S'\rangle\}$ بدین صورت نوشت

$$H_5(t) = \begin{pmatrix} -\varepsilon(t) & \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & 0 \\ \Delta_1 & E/2 & 0 & 0 & \Delta_3 \\ \Delta_2 & 0 & 0 & 0 & \Delta_2 \\ \Delta_3 & 0 & 0 & -E/2 & \Delta_1 \\ 0 & \Delta_3 & \Delta_2 & \Delta_1 & \varepsilon(t) \end{pmatrix}, \qquad (۳)$$

که در آن، $\varepsilon(t)$ و $-\varepsilon(t)$ مانند قبل، میدان‌های محرک متقارن و $\Delta_{1,2,3}$ عناصر جفتیدگی‌اند. با در نظر داشتن شرط تحریک قوی $A \gg \Delta_{1,2,3}$، مشابه قبل با قطری کردن هامیلتونی و حل معادلهٔ مشخصه، به ترتیب در شکل ۲ (آ) و (ب)، طیف لحظه‌ای سامانهٔ فوق برحسب ε و t نشان داده شده‌اند.



شکل ۲ در (آ) و (ب) با فرض تحریک قوی، ترازهای انرژی به ترتیب به صورت توابعی از ε و t با خطوط باریک آبی رسم شده‌اند. در (آ) ترازهای $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ با ترازهای $|1\rangle$، $|2\rangle$ و $|3\rangle$ جفت شده‌اند. در (ب) مسیرهای تداخلی که سامانه را از $|1\rangle$ به $|S'\rangle$ و از $|3\rangle$ به $|S\rangle$ می‌برد با خطوط ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین‌های قهوه‌ای رسم شده و فازهای تداخل $\Phi_{1,2,3}$ به شکل سه شش‌ضلعی و با رنگ‌های آبی و زرد و سبز مشخص شده‌اند.

با برقراری $\varepsilon_0 \pm E/2 = n\omega$، می‌توان به وضوح شاهد وقوع تشدیدهای دوترازی میان $|S\rangle$ و $|1\rangle$ یا $|3\rangle$ بود، اگر $-\varepsilon_0 \pm E/2 = n\omega$ باشد، این تشدیدها بین $|S'\rangle$ و $|1\rangle$ یا $|3\rangle$ رخ داده و سرانجام اگر رابطۀ $\pm\varepsilon_0 = n\omega$ حاکم شود، تشدیدها بین $|2\rangle$ و $|S\rangle$ یا $|S'\rangle$ به وجود خواهند آمد. باید توجه داشت که چنین تشدیدهایی، ساختار بدیعی را نمایش نمی‌دهد. لذا در ادامه، وجود و عدم تقارن تشدیدهای چندفوتونی توأم با شکاف‌های $E/2$، توسط ترازهای قویاً تحریک‌شدۀ $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ بررسی خواهد شد تا به موجب آن، پدیدۀ چندترازی جدید به وجود آید.

۳ـ۲ فاز تداخل

مسیرهای تداخلی که به ترتیب سامانه را از $|1\rangle$ و $|3\rangle$ به $|S'\rangle$ و $|S\rangle$ می‌برد، با خطوط ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین‌های قهوه‌ای در شکل ۲ (ب) رسم شده است. با فرض $A \gg E, \varepsilon_0$، فاز تداخل به شکل سه شش‌ضلعی که از اشتراک نواحی جاروب‌شدۀ میان ترازهای $|1\rangle$ و $|3\rangle$ توسط ترازهای شاتل، به وجود آمده است با رابطۀ $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \simeq E(t_4 - t_1) = 3E(T/2)$ محاسبه خواهد شد. مشخص است که این فاز، با شکاف‌های انرژی بین ترازهای $|1\rangle$ و $|2\rangle$ و $|3\rangle$ و نیز $T/2 = \pi/\omega$ محاسبه شده است و هیچ‌گونه وابستگی به دامنه یا شکل موج ندارد. همانند مسیرهای تداخلی شکل ۲ (ب)، مسیرهای فراوانی می‌توان رسم کرد به طوری که همواره وقوع آخرین گذارهای بار بین نقطه‌ای، تقریباً به صورت همزمان در $t_{p>1}$ انجام گیرد. تداخل سازندۀ این‌گونه مسیرها زمانی است که $\Phi_1 = \pi E/\omega = 2n\pi$، و این به معنای تثبیت وجود تشدیدهای چندفوتونی در مضارب زوج بسامد میدان‌هاست. برای گذارهای از $|1\rangle$ به $|2\rangle$ و $|3\rangle$ معلوم شده است که تشدیدهای اضافی در $E = n\omega$ رخ داده‌اند، اگر شکاف E مضرب صحیحی از بسامد باشد، رویداد تشدیدها با رفتاری متفاوت و منحصربه‌فرد، حتمی است. بنابراین، وجه افتراق سامانه‌های پنج‌ترازی با سامانه‌های دوترازی که در آن‌ها میزان وابستگی Φ_1 و تشدیدها به A و ε_0 اندک است، در شکل‌ها و تحلیل بالا به خوبی آشکار شده است.

۳ـ۳ بحث نظری

اکنون، با در نظر گرفتن وقوع گذارهای چندفوتونی در محل تقاطع ترازها، ساختار سامانه‌های چندترازی مختل‌شده توسط میدان‌ها، بر اساس پارامترهای اختلال مطالعه خواهد شد. به منظور دستیابی به این هدف، با وابسته به زمان کردن ترازها در رژیم وافازی قوی، یعنی جایی که همدوسی‌های میان $|S\rangle$ و $|1\rangle$ و $|S'\rangle$، همین طور میان $|S'\rangle$ و $|3\rangle$ و $|S\rangle$ در زمانی کمتر از T از بین می‌رود، به نسبت دورۀ تحریک، زمان طولانی‌تری صرف همدوسی‌های میان $|1\rangle$ و $|2\rangle$، $|2\rangle$

و $\langle 3|$، $\langle 1|$ و $\langle 3|$ خواهد شد. از این رو، می‌توان بر روی ترازهای پایهٔ سامانه، وافازی را توسط افت‌وخیزهای نوفه‌سفید گوسی[8] با معادلهٔ زیر قالب‌بندی کرد

$$\delta H_5(t) = \sum_{\alpha} \xi_{\alpha}(t) |\alpha\rangle\langle\alpha|, \qquad \alpha \in \{1, 2, 3, S, S'\}, \tag{۴}$$

به طوری که، $\overline{\xi_{\alpha}(t)\xi_{\beta}(t')} = \Gamma_{\alpha}\delta(t-t')\delta_{\alpha\beta}$ [۲۸]؛ در این رابطه، $\xi_{\alpha}(t)$ نوفه‌سفید گوسی و خط بالاییْ میانگین (مقدار چشمداشتی) نوفه و Γ_{α} نواخت وافازی $\langle\alpha|$ را مشخص می‌کند. در رژیم فوق، معادلهٔ شرودینگر وابسته به زمان بدین صورت است

$$(H_5 + \delta H_5)|\psi(t)\rangle = i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle. \tag{۵}$$

این رژیم ارتباطی کاملاً نزدیک با مشاهدات تجربی [۱۹ و ۲۲] دارد، یعنی جفتیدگی‌های ترازهای $\langle S|$ و $\langle S'|$ با میدان‌های بزرگ‌دامنه، باعث پهن‌شدگی طول عمر آن‌ها نسبت به سایر ترازها است و در نتیجه، پایستگی کامل تشدیدهای تداخلی و زوال تشدیدهای شبه دوترازی در $\varepsilon_0 \pm E/2 = n\omega$ و $-\varepsilon_0 \pm E/2 = n\omega$ و $\pm\varepsilon_0 = n\omega$ را به دنبال خواهد داشت.

تبدیل به تصویر برهم‌کنش تغییریافته با استفاده از $|\psi_R(t)\rangle = e^{iR(t)}|\psi(t)\rangle$ به همراه $R(t) = \sum_{\alpha}\phi_{\alpha}(t)|\alpha\rangle\langle\alpha|$ و همچنین تغییر به چارچوب دورانی، نخستین گام شروع تحلیل است [۲۸]. فازهای ϕ_{α} با $\phi_{\alpha}(t) = -\int_0^t d\tau\tilde{\varepsilon}_{\alpha}(\tau)$ تعیین می‌شود، به طوری که $\tilde{\varepsilon}_{1,3}(\tau) = \mp E/2 + \xi_{1,3}(\tau)$ و $\tilde{\varepsilon}_2(\tau) = \xi_2(\tau)$ و $\tilde{\varepsilon}_{S,S'}(\tau) = \mp\varepsilon(\tau) + \xi_{S,S'}(\tau)$.

تحول زمانی حالت‌ها مطابق با $i(d/dt)|\psi_R\rangle = \tilde{H}_5(t)|\psi_R\rangle$، تعیین می‌شود، به نحوی که

$$\begin{aligned}\tilde{H}_5(t) = -\dot{R} + e^{iR(t)}(H_5+\delta H_5)e^{-iR(t)} &= \Delta_1 e^{i\phi_{S1}(t)}|S\rangle\langle 1| \\ &+ \Delta_2 e^{i\phi_{S2}(t)}|S\rangle\langle 2| + \Delta_3 e^{i\phi_{S3}(t)}|S\rangle\langle 3| + \Delta_1 e^{i\phi_{S'3}(t)}|S'\rangle\langle 3| \\ &+ \Delta_2 e^{i\phi_{S'2}(t)}|S'\rangle\langle 2| + \Delta_3 e^{i\phi_{S'1}(t)}|S'\rangle\langle 1| + \text{H.C.},\end{aligned} \tag{۶}$$

در اینجا $\phi_{\alpha\beta}(t) \equiv \phi_{\alpha}(t) - \phi_{\beta}(t)$ و $\tilde{H}_5(t)$ هامیلتونی برهم‌کنش است.

به دلیل وابستگی زمانی و جابه‌جاناپذیری $\tilde{H}_5(t)$ یعنی $[\tilde{H}_5(t_1), \tilde{H}_5(t_2)] \neq 0$، در تصویر برهم‌کنش فوق، می‌توان $U(t)$ یعنی عملگر تحول زمانی که عامل تحول سامانه بین زمان‌های صفر و t است، به شکل سری دایسون نوشت و با روش تکرار بسط داد، یعنی $U(t) = 1 + U^{(1)}(t) + U^{(2)}(t) + \cdots$، به‌طوری که در این بسط، $U^{(m)}(t) = (-i)^m \int_0^t dt_1 \cdots \int_0^{t_{m-1}} dt_m\, \tilde{H}_5(t_1)\cdots\tilde{H}_5(t_m)$.

[8] Gaussian white-noise

۳ـ۴ محاسبهٔ آهنگ‌های گذار

آهنگ گذار بین حالت‌های $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ به شکل زیر است [۲۸]

$$W_{\alpha\to\beta}=\frac{d}{dt}\overline{|\langle\beta|U(t)|\alpha\rangle|^2}. \tag{۷}$$

هرگاه $U(t)$ تا مرتبهٔ اول بسط داده شود، آهنگ‌های گذار از $|1\rangle$ به $|S'\rangle$ و $|S\rangle$ برای مرتبه‌های دوم به صورت زیر ارزیابی می‌شود

$$W^{(2)}_{1\to S'}=\frac{d}{dt}\overline{|\langle S'|U^{(1)}(t)|1\rangle|^2}=\Delta_3^2\frac{d}{dt}\int_0^t dt_1\int_0^t dt_2\,\overline{e^{i[\phi_{S'1}(t_1)-\phi_{S'1}(t_2)]}}, \tag{۸}$$

$$W^{(2)}_{1\to S}=\Delta_1^2\frac{d}{dt}\int_0^t dt_1\int_0^t dt_2\,\overline{e^{i[\phi_{S1}(t_1)-\phi_{S1}(t_2)]}}, \tag{۹}$$

با بهره بردن از برخی اتحادهای مثلثاتی در توان انتگرالده‌ها و استفاده از $\overline{\exp\{i\int d\tau\xi(\tau)\}}=\exp\{-\frac{1}{2}\int d\tau\int d\tau'\,\overline{\xi(\tau)\xi(\tau')}\}$ [۲۸] و همچنین اعمال شروط $A\gg\Gamma_{S,S'}\gg\omega,\Gamma_{1,2,3}$ که سبب نامساوی $\omega|t_1-t_2|\ll 1$ شده و این نیز موجب بسط توابع مثلثاتی برای زمان‌های کوچک t_1-t_2 حول $(t_1+t_2)/2$ خواهد شد. سرانجام با به‌کارگیری تقریب‌های قوی‌میدان و غیر بی‌دررو برای گذارهای بار بین نقطه‌ای LZSM چندفوتونی، معادلات زیر حاصل شده‌اند

$$W^{(2)}_{1\to S'}=\frac{\Delta_3^2\Gamma_{S'}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_{S'}^2}, \tag{۱۰}$$

$$W^{(2)}_{1\to S}=\frac{\Delta_1^2\Gamma_S}{(\frac{1}{2}E-\varepsilon_0+A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_S^2}, \tag{۱۱}$$

با فرض $A>|\mp\varepsilon_0-\frac{1}{2}E|$ و در نظر گرفتن حدود تحریک قوی $A\gg\Gamma_{S,S'}$ که ناشی از حضور میدان‌هاست، هنگام تبهگنی تقریبی ترازها (لحظهٔ عبور آن‌ها از یکدیگر)، آهنگ‌های گذار انفجارهایی را نمایش داده‌اند که در این زمان‌های خاص، از هم مجزایند. وقوع انفجارها زمانی بوده است که $A\sin\omega t\approx\varepsilon_0+\frac{1}{2}E$ و $A\sin\omega t\approx\varepsilon_0-\frac{1}{2}E$. میانگین گوسی آن‌ها برای دورهٔ T برابر است با

$$W^{(2)}_{1\leftrightarrow S'}=W^{(2)}_{3\leftrightarrow S}\approx\frac{2\Delta_3^2}{\sqrt{A^2-(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0)^2}}, \tag{۱۲}$$

$$W^{(2)}_{1\leftrightarrow S}=W^{(2)}_{3\leftrightarrow S'}\approx\frac{2\Delta_1^2}{\sqrt{A^2-(\frac{1}{2}E-\varepsilon_0)^2}}, \tag{۱۳}$$

با محاسباتی همانند آنچه در بالا صورت گرفت، به آسانی می‌توان دیگر آهنگ‌ها و معکوسشان را به صورت زیر تعیین کرد

$$W^{(2)}_{2\leftrightarrow S,S'} \approx \frac{2\Delta_2^2}{\sqrt{A^2-\varepsilon_0^2}}, \tag{۱۴}$$

$$W^{(2)}_{S\leftrightarrow S'} = 0, \tag{۱۵}$$

$$W^{(2)}_{1\leftrightarrow 2} = W^{(2)}_{2\leftrightarrow 3} = W^{(2)}_{1\leftrightarrow 3} = 0. \tag{۱۶}$$

با بسط عملگر تحول زمانی تا $U^{(3)}(t)$ و همچنین رویداد تداخل LZSM چندترازی میان فرایندهای مرتبه‌های سوم با اول و نیز مرتبه‌های دوم با یکدیگر، نخستین بار به صورت زیر، تشدیدهای تداخلی در مرتبهٔ چهارم پدید آمده است

$$W^{(4)}_{1\to S'} = \frac{d}{dt}\left\{2\mathrm{Re}\overline{\langle 1|U^{\dagger(3)}(t)|S'\rangle\langle S'|U^{(1)}(t)|1\rangle} + \overline{|\langle S'|U^{(2)}(t)|1\rangle|^2}\right\}, \tag{۱۷}$$

شکل هامیلتونی برهم‌کنش باعث شده است که $W^{(4)}_{1,3\to S,S'}$ و $W^{(4)}_{2\to S,S'}$ محصول تداخل سازندهٔ نخستین جملهٔ معادله (۱۷) باشد، چرا که دومین جمله، تداخلی ویرانگر است. چنین روندی برای $W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'}$، $W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2}$، $W^{(4)}_{2\leftrightarrow 3}$ و $W^{(4)}_{1\leftrightarrow 3}$ برعکس است. مشابه مراحلی که برای آهنگ‌های مرتبهٔ پایین صورت پذیرفت، با اعمال شروط $A \gg \Gamma_{S,S'} \gg \omega, \Gamma_{1,2,3}$ و حد تحریک قوی $A \gg \Gamma_{S,S'}$ که از آغاز محاسبات وجود داشته و با در نظر داشتن رژیم مورد علاقه $n \gtrsim 1$ که نامساوی $A\omega/E \gg \Gamma_{S,S'}$ را به مسئله تحمیل کرده است، چهار تا از ده انتگرال موجود به - شکل زیر حاصل شده‌اند

$$\begin{aligned} W^{(4)}_{1,3\leftrightarrow S,S'} = &\int_0^t d\tau \frac{2\Delta_1^2\Delta_2^2\Gamma_S\Gamma_{S'}e^{(\Gamma\omega/\pi)(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^{3/2}+\frac{1}{4}\Gamma_S^2\Gamma_{S'}^2} \times \mathrm{Im}\left\{\frac{e^{iE(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^{3/4}-\frac{i}{2}\Gamma_S\Gamma_S}\right\} \\ &+3\int_0^t d\tau \frac{2\Delta_1^2\Delta_3^2\Gamma_S\Gamma_{S'}e^{-(\Gamma\omega/\pi)(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^{3/2}+\frac{1}{4}\Gamma_S^2\Gamma_{S'}^2} \times \mathrm{Im}\left\{\frac{e^{-iE(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^{3/4}+\frac{i}{2}\Gamma_S\Gamma_{S'}}\right\} \\ &+\int_0^t d\tau \frac{2\Delta_1\Delta_2^2\Delta_3\Gamma_S\Gamma_{S'}e^{(\Gamma\omega/\pi)(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^{3/2}+\frac{1}{4}\Gamma_S^2\Gamma_{S'}^2} \times \mathrm{Im}\left\{\frac{e^{iE(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^{3/4}-\frac{i}{2}\Gamma_S\Gamma_{S'}}\right\}, \end{aligned} \tag{۱۸}$$

در معادلهٔ بالا، آهنگ وافازی بی‌بعد به صورت $\Gamma = (\Gamma_1+\Gamma_2)\pi/\omega = (\Gamma_2+\Gamma_3)\pi/\omega$ است. به همین ترتیب، عباراتی مشابه با (۱۸) برای سایر آهنگ‌ها به‌دست خواهد آمد. برای نامیزانی‌های صفر و دلخواه، با به‌کارگیری برخی تقریب‌ها، ساده‌سازی انتگرال‌ها امکان‌پذیر شده که سرانجام برای $t \gg \Gamma^{-1}_{1,2,3}$ آهنگ‌ها بدین صورت نوشته شده‌اند

الف) برای نامیزانی صفر:

$$W^{(4)}_{1,3\leftrightarrow S,S'} \approx -\frac{1}{4}\left\{g_0 + 3g_1 + g_2\right\}C, \tag{۱۹}$$

$$W^{(4)}_{2\leftrightarrow S,S'} \approx -\frac{2}{5}\left\{g_0 + 2g_2 + g_3\right\}C, \tag{۲۰}$$

$$W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'} \approx -\frac{8}{3}\left\{g_1 + g_2\right\}C, \tag{۲۱}$$

$$W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2} = W^{(4)}_{2\leftrightarrow 3} \approx \frac{1}{8}\left\{(g_0+2g_2+g_3)+\frac{1}{5}(h_0+2h_2+h_3)\right\}C, \tag{۲۲}$$

$$W^{(4)}_{1\leftrightarrow 3} \approx \left\{\frac{5}{2}g_1 + 4h_1\right\}C, \tag{۲۳}$$

در روابط فوق $C = 2\pi/\omega = 3\pi/20$، $g_{0,1,2,3}$ و $h_{0,1,2,3}$ عبارتند از

$$g_0 = \Delta_1^2\Delta_2^2\frac{-\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)\,\cosh\Gamma + e^{\Gamma}}{A^2(\sinh(2\Gamma)+\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$g_1 = \Delta_1^2\Delta_3^2\frac{\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)\,\cosh\Gamma + 2e^{\Gamma} - \sin(\frac{4n-3}{2}\pi)}{A^2(\sinh(2\Gamma)+\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$g_2 = \Delta_1\Delta_2^2\Delta_3\frac{-2\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)\,\sinh\Gamma + e^{-\Gamma} - \cos((2n-1)\pi)}{A^2(\sinh(2\Gamma)+\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$g_3 = \Delta_2^2\Delta_3^2\frac{-\cos(\frac{2n-1}{2}\pi)\,\cosh\Gamma - 2e^{-\Gamma} + 2\sin(\frac{4n-3}{2}\pi)}{A^2(\sinh(2\Gamma)+\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$h_0 = \Delta_1^2\Delta_2^2\frac{[1+\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)]\,\cosh\Gamma}{A^2(\sinh(2\Gamma)-\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$h_1 = \Delta_1^2\Delta_3^2\frac{[2-\sin^2(\frac{2n-1}{2}\pi)]\,\cosh\Gamma}{A^2(\sinh(2\Gamma)-\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$h_2 = \Delta_1\Delta_2^2\Delta_3\frac{[1+2\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)]\,\sinh\Gamma}{A^2(\sinh(2\Gamma)-\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

$$h_3 = \Delta_2^2\Delta_3^2\frac{-\sin^2(\frac{2n-1}{2}\pi)\,\cosh\Gamma}{A^2(\sinh(2\Gamma)-\sin(\frac{2n-1}{2}\pi))},$$

که $n = E/\omega$ تعداد فوتون‌هاست.

ب) برای نامیزانی دلخواه آهنگ‌ها به صورت:

$$W^{(4)}_{1,3\leftrightarrow S,S'} \approx -(g_i + 3g_j + g_k)C, \tag{۲۴}$$

$$W^{(4)}_{2\leftrightarrow S,S'} \approx -\frac{5}{3}\{g_i + 2g_k + g_l\}C, \tag{۲۵}$$

$$W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'} \approx -4(g_j + g_k)C, \tag{۲۶}$$

$$W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2} = W^{(4)}_{2\leftrightarrow 3} \approx \{\frac{1}{4}(g_i + 2g_k + g_l) + \frac{1}{2}(h_i + 2h_k + h_l)\}C, \tag{۲۷}$$

$$W^{(4)}_{1\leftrightarrow 3} \approx \{\frac{5}{2}g_j + 4h_j\}C, \tag{۲۸}$$

به‌دست آمده‌اند، با متغیرهای $g_{i,j,k,l}$ و $h_{i,j,k,l}$ که به شکل زیر هستند

$$g_i = \Delta_1^2\Delta_2^2 \frac{-\sin((2n-1)d'_-)\,[\cosh(\frac{\Gamma d'_-}{\pi}) + \cosh(\frac{\Gamma d'_+}{\pi})] + 2e^{\Gamma}}{A^2(\sinh 2\Gamma + \frac{1}{2})(\frac{1}{2} - \delta^2)},$$

$$g_j = \Delta_1^2\Delta_3^2 \frac{\sin((2n-1)d_-)\,[\cosh(\frac{\Gamma d_-}{\pi}) + \cosh(\frac{\Gamma d_+}{\pi})] + 2e^{\Gamma} - 1}{A^2(\sinh(2\Gamma) + \frac{3}{4})(\frac{3}{4} + \delta^2)},$$

$$g_k = \Delta_1\Delta_2^2\Delta_3 \frac{-\sin((2n-1)d'_-)\,[\sinh(\frac{\Gamma d'_-}{\pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d'_+}{\pi})] + 2e^{-\Gamma} + 1}{A^2(\sinh(2\Gamma) - 1)(1 - \delta^2)},$$

$$g_l = \Delta_2^2\Delta_3^2 \frac{\cos((2n-1)d_-)\,[\cosh(\frac{\Gamma d_-}{\pi}) + \cosh(\frac{\Gamma d_+}{\pi})] - e^{-\Gamma} + 1}{A^2(\sinh(2\Gamma) + \frac{1}{2})(\frac{3}{4} + \delta^2)},$$

$$h_i = \Delta_1^2\Delta_2^2 \frac{[1 + \sin((2n-1)d'_+)]\,\tanh(2\Gamma)}{A^2(\frac{1}{2} - \delta^2)},$$

$$h_j = \Delta_1^2\Delta_3^2 \frac{[-6 + \sin((2n-1)d_+)]\,\tanh(2\Gamma)}{A^2(\delta^2 - 1)},$$

$$h_k = \Delta_1\Delta_2^2\Delta_3 \frac{[1 + 2\sin((2n-1)d'_+)]\,\coth(2\Gamma)}{A^2(1 - \delta^2)},$$

$$h_l = \Delta_2^2\Delta_3^2 \frac{[-\sin^2((2n-1)d_+)]\,\tanh(2\Gamma)}{A^2(\frac{3}{4} + \delta^2)},$$

که در آن‌ها، C مانند قبل، $d_\pm = \frac{\pi}{2} \pm \sin^{-1}\delta$ ، $d'_\pm = \frac{\pi}{2} \pm 2\sin^{-1}\delta$ ، $\delta = \varepsilon_0/A$ و n عددی صحیح است.

۴. نتایج حاصل از محاسبات تحلیلی

با در نظر گرفتن $\Gamma = 0.15\pi$ ، آهنگ‌ها در شکل ۳ (آ)، (ج)، (ه)، (ز) و (ت) به‌ازای $\delta = 0$، به‌صورت توابعی از n ترسیم شده و در (ب)، (د)، (و)، (ح) و (ی) آن‌ها به صورت توابعی از δی

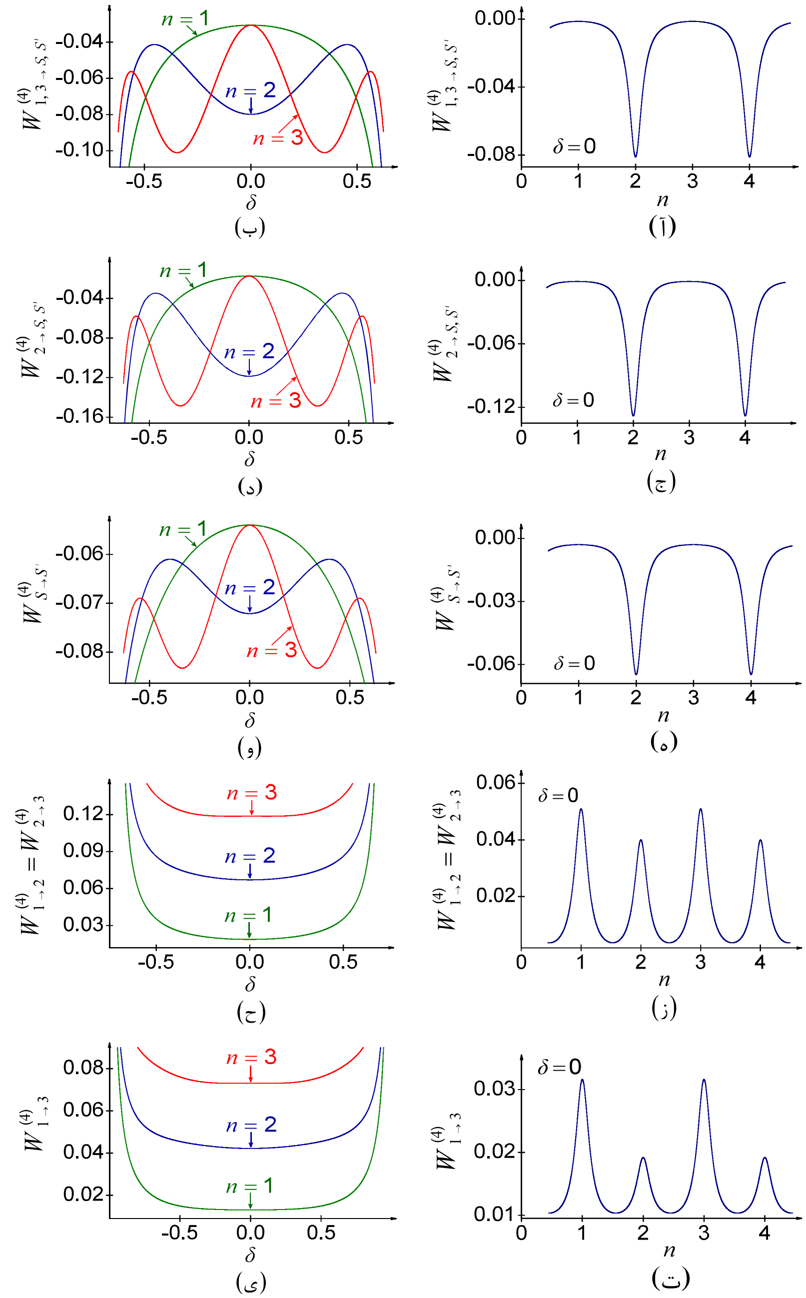
غیرصفر، به‌ازای $n=1,2,3$ که ویژگی‌هایی تشدیدی از خود بروز داده‌اند، رسم شده‌اند. در شکل ۳ (ز) و (ت)، تفاوت در رفتار تشدیدها به لحاظ کیفی به‌ازای nهای فرد و زوج کاملاً مشهود است، در حالی که به علت گذار مستقیم میدانی، در (آ) و (ج) و (ه)، رخداد تشدیدها فقط در nهای زوج قابل مشاهده است.

توقف آهنگ گذار پس‌زمینهٔ بزرگ[۹] $W^{(2)}_{1\to S'}$، پیامد منفی بودن $W^{(4)}_{1\to S'}$ است. بنابراین، تا وقتی که آهنگ پس‌زمینهٔ بزرگ از $\Gamma_1+\Gamma_2+\Gamma_3$ کوچکتر باشد آهنگ گذار کل $W^{(2)}_{1\to S'}+W^{(4)}_{1\to S'}$، علامتی مثبت خواهد داشت. برعکس، هرگاه $W^{(2)}_{1\to S'}$ بزرگ‌تر از $\Gamma_1+\Gamma_2+\Gamma_3$ شود، به دلیل وقوع گذارهای بار بین نقطه‌ای LZSM، طولانی شدن طول عمر $|1\rangle$، $|2\rangle$ و $|3\rangle$ نسبت به حالت‌های قویاً تحریک‌شده را در پی دارد. با لحاظ کردن جملات بالاتر آهنگ‌ها، نیل به چنین اثری به سهولت امکان‌پذیر است. به همین صورت، بحث‌هایی مشابه فوق برای دیگر آهنگ‌ها می‌توان انجام داد. محاسبات تحلیلی بالا به روشنی نشان می‌دهد که تعداد ترازها و وجود شکاف بین آن‌ها در سامانهٔ پنج‌ترازی، نقشی اساسی در رویداد تفاوت رفتاری تشدیدها ایفا کرده است. طوری‌که با افزایش میدان‌های اعمالی و شکاف‌های ثابت بین ترازی، با وضوح بهتری می‌توان نامتقارنی تشدیدها در مضارب فرد و زوج را در مقایسه با شکل ۲(c) از مرجع [۲۸] مشاهده کرد؛ به شکل ۳ (ز) و (ت) توجه کنید.

۴ـ۱ مدل‌سازی DQD و تحلیل آن و مقایسهٔ نتایج حاصل با داده‌های تجربی

با توجه به شکل ۳ (ز)، (ت)، (ح)، (ی)، پیش‌بینی تفاوت رفتار تشدیدها به‌ازای nهای فرد و زوج از طریق بررسی خصوصیات اساسی این نوع تشدیدهای چندفوتونی در سامانه‌های پنج‌ترازی میسر شده است. برای نیل به نتایج حاصله، افت‌وخیزهای قوی ترازهای $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ به مسئله تحمیل شده است. در ادامه، با مرتبط نمودن نتایج با آزمایش‌های مراجع [۱۹ و ۲۲] که اندازه‌گیری جریان حالت مستقل از زمان، با حضور میدان‌های دوره‌ای قوی ac، در وضعیت سدشدگی اسپینی از طریق مدل‌سازی DQDs انجام گرفته، کار دنبال شده است.

۱۴. Large background



شکل ۳ در (آ)، (ج)، (ه)، (ز) و (ت) با فرض $\delta = 0$، آهنگ‌های گذار مرتبهٔ چهارم به صورت توابعی از n رسم شده‌اند. این آهنگ‌ها در (ب)، (د)، (و)، (ح) و (ی) به صورت توابعی از $\delta \neq 0$، به‌ازای $n=1,2,3$ رسم شده‌اند. نمودارهای مربوط به $n=2,3$ در شکل‌های (ح) و (ی) به ترتیب با افزودن اعداد 0.05 و 0.03 جبران شده‌اند. برای تمامی شکل‌ها $\Gamma = 0.15\pi$ در نظر گرفته شده است.

اخیراً، دینامیک LZSM، به منظور مطالعهٔ امکان دستکاری عدم تقاطع تراز $S-T_{+}$ که به ـ علت برهم‌کنش‌های فوق ریز ایجاد می‌شود، برای رژیم دوالکترونی در یک نقطهٔ کوانتمی دوگانهٔ GaAs استفاده شده است [۸]. در چنین رژیمی، همواره می‌توان برای انرژی‌های کم، زیرفضای الکترونی DQD را با پنج حالت اندازه گرفت: S(۱,۱) اسپین تک‌تایی و T(۱,۱) اسپین سه‌تایی، به طوری که هر الکترون یک نقطه را اشغال کند، همین طور S(۲,۰) اسپین تک‌تایی توأم با پر شدن نقطهٔ چپ توسط الکترون‌ها. در اینجا تعداد الکترون‌ها با اعداد ۰ و ۱ و ۲ در نقطهٔ کوانتمی چپ یا راست نشان داده شده است. در وضعیت سدشدگی اسپینی، حالت‌های تک‌تایی S(۱,۱) و S(۲,۰) که با میدان‌های بزرگ‌دامنه، مستقیماً جفت شده‌اند شار جریان را ایجاد کرده‌اند و اندازهٔ جریان توسط طول عمر حالت‌های سه‌تایی T(۱,۱) تعیین شده، به طوری که به تقریب صفرم با حالت‌های تک‌تایی مذکور، جفت نشده است. در اینجا جفتیدگی میان ترازهای تک‌تایی و اسپین سه‌تایی سدشده، از طریق جفتیدگی‌های فوق ریز، اسپین‌ـمدار یا بی‌هنجار زیمان، صورت گرفته است. به دور از نقاطی که ترازهای انرژی تک‌تایی ـ سه‌تایی تبهگن شده‌اند، میدان‌های بزرگ‌دامنه قادرند انرژی لازم را برای ایجاد گذارهای بار بین نقطه‌ای تأمین کنند [۳۵ و ۳۶]. توجه کنید هرگاه شرط تشدید $E = n\omega$ برقرار شود، تقویت جریان بر عهدهٔ این جفتیدگی‌ها است.

مدل پنج‌ترازی که توصیف شد فیزیک اساسی تشدیدها را به خوبی نمایان کرده است. در اینجا $|S\rangle$ و $|S'\rangle$، به ترتیب S(۲,۰) و S(۱,۱) از DQD را نشان می‌دهند و $|2\rangle$ حالت سه‌تایی T_0(۱,۱) با اسپین‌های رو به بالای الکترون را، در حالی‌که $|1\rangle$ و $|3\rangle$ به ترتیب برهم‌نهی‌هایی خاص از S(۱,۱) با T_+ (۱,۱) و S(۲,۰) با T_- (۱,۱) را نشان داده که تعیین این حالت‌ها به وسیلهٔ انرژی بی‌هنجار زیمان در DQD صورت گرفته است. حالت‌های $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ که مبین ترازهای ناقطبیدهٔ S(۲,۰) و S(۱,۱) است، تقریب دیگری را فراهم آورده است، که با دنباله‌ای از تشدیدهای چندفوتونی در $E' = n\omega$ معادل است، به طوری که رابطهٔ $E'/E = g_1/g_2$ با عامل‌های مؤثر g الکترونی در QDs شکل گرفته است. شایان ذکر است که تفاوت رفتاری تشدیدها در سامانه‌های تحریک‌شده توسط دو میدان قوی متقارن هنگامی رخ می‌دهد، که این سامانه‌ها به لحاظ تعدد ترازها، حداقل چهار تراز داشته باشند، یعنی حداقل یک شکافتگی بین ترازها شکل گرفته باشد [۲۹]. با نگاهی به محاسبات و شکل ۳ مشخص می‌شود که با افزایش ترازهای جفتیده با میدان‌های کاربردی، زیبایی و پیچیدگی محاسبات بیشتر و تفاوت رفتار تشدیدها نسبت به مرجع [۲۸] آشکارتر شده است.

۴ـ۲ محاسبهٔ جریان و تفاوت در رفتار تشدیدها

با در نظر گرفتن تمام سهم‌های مرتبه‌های دوم و چهارم آهنگ‌ها، معادلهٔ عمومی برای احتمال‌های اشغال ترازهای $\{p_{1,2,3}, p'_{1,2,3}\}$ به صورت زیر است

$$\begin{aligned}\frac{dp_3}{dt} = \frac{dp'_3}{dt} = &\left\{p_3(W_{3\to1}+W_{3\to2}+\tfrac{1}{3}W_{3\to S})+p_1(W_{1\to2}+W_{1\to3}+\tfrac{1}{3}W_{1\to S})\right.\\ &\left.-p_2(W_{2\to1}+W_{2\to3}+\tfrac{2}{3}W_{2\to S})\right\}\times\left\{p'_3(W_{3\to1}+W_{3\to2}+\tfrac{1}{3}W_{3\to S'})\right.\\ &\left.+p'_1(W_{1\to2}+W_{1\to3}+\tfrac{1}{3}W_{1\to S'})-p'_2(W_{2\to1}+W_{2\to3}+\tfrac{2}{3}W_{2\to S'})\right\},\end{aligned} \quad (۲۹)$$

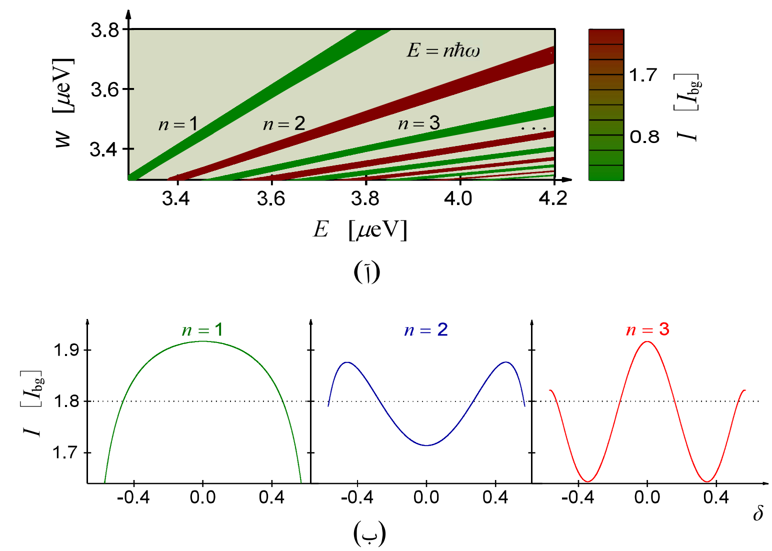
که در اینجا، $p_1+p_2+p_3=1-p'_1-p'_2-p'_3$. از احتمالات p_S و $p'_{S'}$ در معادلهٔ (۲۹) چشم‌پوشی شده است که این کار به دلیل فروافت‌های آنی جمعیت از شاتل‌ها و بارگیری‌های پشت سر هم آن‌ها به حالت‌های $\langle 1|$ و $\langle 2|$ و $\langle 3|$ است. با حل (۲۹) به‌ازای هریک از مقادیر $p^{(\mathrm{eq})}_{1,2,3}$ و $p'^{(\mathrm{eq})}_{1,2,3}$، مثلاً برای معادلهٔ $dp_3^{(\mathrm{eq})}/dt = dp_3'^{(\mathrm{eq})}/dt = 0$، جریان حالت مستقل‌اززمان به صورت زیر محاسبه شده است

$$\begin{aligned}I = e&\left\{p_1^{(\mathrm{eq})}W_{1\to S}+p_2^{(\mathrm{eq})}W_{2\to S}+p_3^{(\mathrm{eq})}W_{3\to S}\right\}\\ &\times\left\{p_1'^{(\mathrm{eq})}W_{1\to S'}+p_2'^{(\mathrm{eq})}W_{2\to S'}+p_3'^{(\mathrm{eq})}W_{3\to S'}\right\}.\end{aligned} \quad (۳۰)$$

برای قیاس این محاسبات با نتایج تجربی موجود در شکل ۲(d) از [۱۹]، فرض شده است که نامیزانی صفر است یعنی $\delta=0$. در ادامهٔ کار، $\omega, E \sim 1-40\ \mu\mathrm{eV}$، $\Delta_1/\sqrt{A}=0.75\ \mu\mathrm{eV}$، $\Delta_2/\sqrt{A}=0.1875\ \mu\mathrm{eV}$، $\Delta_3/\sqrt{A}=0.046875\ \mu\mathrm{eV}$، یعنی $\Delta_1^2/\Delta_2^2=\Delta_2^2/\Delta_3^2=16$ [۳۷] و $\Gamma_{1,2,3}=1\ \mu\mathrm{eV}$ در نظر گرفته شده است. جریان حالت مستقل‌اززمان تولیدشده که با I_{bg} یعنی جریان غیرتشدیدی پس‌زمینه بهنجار شده است، در شکل ۴ (آ) رسم شده است. به‌واسطهٔ گذارهای چندفوتونی $W^{(2)}_{1,3\leftrightarrow S,S'}$ و $W^{(2)}_{2\leftrightarrow S,S'}$ در کنار جاروب کردن‌های تکراری از طریق ترازهای متقاطع $\mathrm{S}(۱,۱)-\mathrm{T}_+(۱,۱)$ و $\mathrm{S}(۲,۰)-\mathrm{T}_-(۱,۱)$ به وجود آمده است، که در این شبیه‌سازی $I_{\mathrm{bg}} \sim 2\ \mathrm{pA}$ است. این مدل پنج‌ترازی به زیبایی موجب خلق تمامی خصوصیات برجستهٔ داده‌ها و نتایج تجربی شده است، بدین ترتیب که با فراهم آوردن پاسخ تشدیدی جریان در امتداد خطوط فوتون‌ها، میان تقویت برای مضارب فرد و توقف برای مضارب زوج، سبب راه‌اندازی تناوبی بادبزن‌گونه شده است، به نحوی که برای DQDs واقعی، بر روی $\langle 1|$ و $\langle 2|$ و $\langle 3|$ غلبهٔ نوفهٔ دارای مؤلفه‌های کم‌بسامد کاملاً مشهود است. در مضارب زوج، آهنگ‌های منفی $W^{(4)}_{1,3\leftrightarrow S,S'}$ و $W^{(4)}_{2\leftrightarrow S,S'}$ و $W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'}$ موجب توقف جابه‌جایی جمعیت از

$|1\rangle$ و $|2\rangle$ و $|3\rangle$ به حالت‌های شاتل شده که کاهش جریان نسبی پس‌زمینه را در پی داشته است. اما در مضارب فرد، آهنگ‌های $W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2}$، $W^{(4)}_{2\leftrightarrow 3}$ و $W^{(4)}_{1\leftrightarrow 3}$ مقدار بیشینه را به خود اختصاص داده که در آن‌ها حالت‌های $|1\rangle$ با $|2\rangle$، $|2\rangle$ با $|3\rangle$، $|1\rangle$ با $|3\rangle$، به شکلی کارآمد ترکیب شده‌اند و به موجب آن، تقویت آهنگ جابه‌جایی جمعیت از قوی‌ترین حالت‌های سدشده $|1\rangle$ و $|3\rangle$ شکل گرفته و بلافاصله جریان کل تقویت شده است. $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ که مبین ترازهای ناقطبیدهٔ S(۱,۱) و S(۲,۰) است، تقریب دیگری را فراهم کرده، که با دنباله‌ای از تشدیدهای چندفوتونی در $E'=n\omega$ معادل است، به طوری که رابطهٔ $E'/E=g_1/g_2$ با عامل‌های مؤثر g الکترونی در QDs شکل گرفته است. شکافتگی ترازهای S(۲,۰) و S(۱,۱) از $|1\rangle$ و $|3\rangle$ با E' انجام شده است که باعث ایجاد قله‌ها و فرورفتگی‌های جریان در $E'=n\omega$ به شکل بادبزن زیر شده و تفاوت رفتاری تشدیدها در مضارب فرد و زوج انرژی فوتون را به خوبی نمایش داده است، به این معنا که بادبزنِ دولاشده در شکل ۲(d) از مرجع [۱۹] به خوبی بازسازی شده است.

در زیر، به طور چشمگیری آرام در آزمایش مدولاسیون ($I_{bg}\sim 2$ pA)، با رسم نمودارهایی متمایز در مقیاس $A\sim\varepsilon_0$ برای هر تشدید، وابستگی نامیزانی جریان بررسی شد. شکل ۳(b) از مرجع [۱۹] را ببینید.



شکل ۴ در (آ) جریان بهنجارشدهٔ با I_{bg} به شکل تابعی از بسامد و شکاف E برای $\delta=0$، در وضعیت سدشدگی اسپینی از طریق DQDی پنج‌ترازی تحریک‌شده، نشان داده شده است. شکل (ب) نمایش مدولاسیون تشدیدهای چندفوتونی است که در آن جریان به شکل تابعی از δ برای $n=1,2,3$ ترسیم شده است.

لازم است ذکر کنیم که شکل ۴ (ب) نمایش جریان حالت مستقل از زمان به شکل تابعی از δ، به‌ازای $n=1,2,3$ بوده که مشابه (آ) و با همان پارامترها، رسم شده است. ملاحظه می‌شود وابستگی نامیزانی جریان I، با نتایج تجربی کاملاً سازگار است که این موضوع به دلیل وابستگی ضعیف فازهای تداخل در نامیزانی ε_0 است.

۵. نتیجه‌گیری

از مقایسهٔ سامانه‌های دوترازی و پنج‌ترازی نشان داده شد که علی‌رغم وابسته به زمان بودن هر دو، علت وقوع و تفاوت رفتار تشدیدهای چندفوتونی در سامانه‌های پنج‌ترازی، تداخل‌های کوانتمی LZSM چندترازی میان فرایندهای مرتبهٔ مختلف است. بزرگی دامنهٔ میدان‌های کاربردی که عامل تحریک قوی است، نقش عمده‌ای در جابه‌جایی جمعیت بین ترازها ایفا کرده است. جابه‌جایی جمعیت بین حالت‌ها، با S(۱,۱) و S(۲,۰) که خودشان به شدت نوفه‌ای هستند، صورت گرفته است. با تحقق پیش‌بینی بروز رفتار متفاوت تشدیدها در مضارب فرد و زوج بسامد، به کمک فاز تداخل و رویداد گذارهای بار بین نقطه‌ای LZSM درنقاط تبهگنی، مسیر بررسی زوال تشدیدهای شبهِ دوترازی و پایستگی کامل تشدیدهای تداخلی در رژیم وافازی قوی، با انجام محاسبات تحلیلی هموار شد. نشان داده شد که برای بررسی پدیدهٔ عدم تقارن تشدیدها در سامانه-های کوانتمی در معرض میدان‌های محرک، تعداد میدان‌ها و ترازها و وجود شکاف بین آن‌ها نقشی اساسی ایفا کرده است، یعنی با افزایش ترازهای جفتیده با میدان‌ها، پیچیدگی محاسبات بیشتر و بر نامتقارنی تشدیدها در مضارب صحیح بسامد افزوده شده است که این مهمترین وجه افتراق پژوهش حاضر با مرجع سه‌ترازی [۲۸] است. در هامیلتونی برهم‌کنش که پارامتر اختلال ناشی از اثرات برهم‌کنشی میدان‌ها، صفر در نظر گرفته شده است، جان‌مایهٔ فرمول‌بندی آهنگ-های گذار و وابستگی نامیزانی جریان به عدم تقارن تشدیدهاست. همچنین پایستگی اثر فرد–زوج مضارب در رژیم مذکور و عدم حساسیت این پدیده نسبت به افت‌وخیزهای قوی انرژی شاتل‌ها نشان داده شد. در وضعیت سدشدگی اسپین، اندازه و شار جریان حالتِ مستقل‌اززمان به ترتیب با حالت‌های تک‌تایی و سه‌تایی تعیین شد. سرانجام با مدل‌سازی نمودن ساختار ترازی یک DQDی پنج‌ترازه و با شناسایی پاسخ‌های تشدیددار وابسته به رفتار چنین سامانه‌هایی، تفاوت رفتار مشاهده‌شدهٔ تشدیدهای چندفوتونی در کارهای آزمایشگاهی توضیح داده شد.

منابع

[1] Manakov N. L., Ovsiannikov V. D., Rapoport L. P., “Atoms in a laser field”, *Phys. Rep*. 141, 320-433 (1986).

[2] Faisal F. H. M., “Theory of Multiphoton Processes”, (Plenum, New York, 1987).

[3] Fainshtein A. G., Manakov N.L., Ovsiannikov V.D., Rapoport L.P., “Nonlinear susceptibilities and light scattering on free atoms”, *Phys. Rep*. 210, 111-221 (1992).

[4] Kleber M., “Exact solutions for time-dependent phenomena in quantum mechanics”, *Phys. Rep*. 236, 331-393 (1994).

[5] Oliver W. D., Yu Y., Lee J. C., Berggren K. K., Levitov L. S., and Orlando T. P., “Mach-Zehnder interferometry in a strongly driven superconducting qubit”, *Science* 310, 1653-1657 (2005).

[6] Ashhab S., Johansson J. R., Zagoskin A. M., and Nori F., “Two-level systems driven by large-amplitude fields”, *Phys. Rev. A* 75 (2007) 063414.

[7] Shevchenko S. N., Ashhab S., and Nori F., “Landau-Zener- Stückelberg interferometry”, *Phys. Rep*. 492, 1-30 (2010).

[8] Ribeiro H., Petta J. R., and Burkard G., “Interplay of charge and spin coherence in Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry”, *Phys. Rev. B* 87 (2013) 235318.

[9] Zhou J., Huang P., Zhang Q., Wang Z., Tan T., Xu X., Shi F., Rong X., Ashhab S., and Du J., “Observation of time-domain Rabi oscillations in the Landau-Zener regime with a single electronic spin”, *Phys. Rev. Lett* 112 (2014) 010503.

[10] Scully M. O. and Zubairy M. S., “*Quantum Optics*”, (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1997).

[11] Sun G., Wen X., Mao B., Chen J., Yu Y., Wu P., and Han S., “Tunable quantum beam splitters for coherent manipulation of a solid-state tripartite qubit system”, *Nat. Commun* 1 (2010) 51.

[12] Sun G., Wen X., Wang Y., Cong S., Chen J., Kang L., Xu W., Yu Y., Han S., and Wu P., “Population inversion induced by Landau-Zener transition in a strongly driven rf-SQUID”, *Appl. Phys. Lett* 94 (2009) 102502.

[13] de Graaf S. E., Leppakangas J. J., Adamyan A., Danilov A. V., Lindstrom T., Fogelstrom M., Bauch T., Johansson G., and Kubatkin S. E., “Charge qubit coupled to an intense microwave electromagnetic field in a superconducting Nb device: evidence for photon-assisted quasiparticle tunneling”, *Phys. Rev. Lett* 111 (2013) 137002.

[14] Colless J. I., Croot X. G., Stace T. M., Doherty A. C., Barrett S. D., Lu H., Gossard A. C., and Reilly D. J., “Raman phonon emission in a driven double quantum dot”, *Nat. Commun* 5 (2014) 3716.

[15] Grajcar M., Ploeg S. H. W. V. D., Izmalkov A., Il’ichev E., Meyer H. G., Fedorov A., Shnirman A., and Schon G., “Sisyphus cooling and amplification by a superconducting qubit”, *Nature Physics* 4, 612-616 (2008).

[16] Valenzuela S. O., Oliver W. D., Berns D. M., Berggren K. K., Levitov L. S., and Orlando T. P., “Microwave-induced cooling of a superconducting qubit”, *Science* 314, 1589-1592 (2006).

[17] Satanin A. M., Denisenko M. V., Ashhab S., and Nori F., “Amplitude spectroscopy of two coupled qubits”, *Phys. Rev. B* 85 (2012) 184524.

[18] Berns D. M., Rudner M. S., Valenzuela S. O., Berggren K. K., Oliver W. D., Levitov L. S., and Orlando T. P., “Amplitude spectroscopy of a solid-state artificial atom”, *Nature* (London) 455, 51-57 (2008).

[19] Stehlik J., Schroer M. D., Maialle M. Z., Degani M. H., and Petta J. R., “Extreme harmonic generation in electrically driven spin resonance”, *Phys. Rev. Lett* 112 (2014) 227601.

[20] Zaks B., Liu R. B., and Sherwin M. S., “Experimental observation of electron-hole recollisions”, *Nature* (London) 483, 580-583 (2012).

[21] Nadj-Perge S., Pribiag V. S., J. W. G. van den Berg J. W. G., Zuo K., Plissard S. R., Bakkers E. P. A. M., Frolov S. M., and Kouwenhoven L. P., "Spectroscopy of spin-orbit quantum bits in indium antimonide nanowires", *Phys. Rev. Lett* 108 (2012) 166801.
[22] Laird E. A., Barthel C., Rashba E. I., Marcus C. M., Hanson M. P., and Gossard A. C., "A new mechanism of electric dipole spin resonance: hyperfine coupling in quantum dots", *Semicond. Sci. Technol* 24 (2009) 064004.
[23] Cohen-Tannoudji B. D., Laloe C. and F., "*Quantum Mechanics Volume One*", (Wiley, New York, 1977).
[24] Shytov A. V., Ivanov D. A., and Feigel'man M. V., "Landau-Zener interferometry for qubits", *Eur. Phys. J. B* 36, 263-269 (2003).
[25] Rashba E. I., "Mechanism of half-frequency electric dipole spin resonance in double quantum dots: Effect of nonlinear charge dynamics inside the singlet manifold", *Phys. Rev. B* 84 (2011) 241305.
[26] Széchenyi G. and Palyi A., "Maximal Rabi frequency of an electrically driven spin in a disordered magnetic field", *Phys. Rev. B* 89 (2014) 115409.
[27] Nowak M. P., Szafran B., and Peeters F. M., "Resonant harmonic generation and collective spin rotations in electrically driven quantum dots", *Phys. Rev. B* 86 (2012) 125428.
[28] Danon J. and Rudner M. S., "Multilevel interference resonances in strongly driven three-level systems", *Phys. Rev. Lett* 113 (2014) 247002.
[29] Karami M., Javdani A. and Karami K., "Modeling the level structure of a double quantum dot in the two-electron regime", *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 52 (2019) 025504.
[30] Krainov V. P., Sov. "Theory of resonance multiphoton transitions in a three-level system under the influence of a strong electromagnetic field", *Phys. JETP* 43, 622-625 (1976).
[31] Landau L. D., "*Zur theorie der energieubertragung. II*", Phys. Z. Sowjetunion 2, 46-51 (1932).
[32] Zener C., "*Non-adiabatic crossing of energy levels*", Proc. R. Soc. London, Ser. A 137, 696-702 (1932).
[33] Stuckelberg E. C. G., "*Theorie der unelastischen Stosse zwischen Atomen*", Helv. Phys. Acta 5, 117-171 (1932).
[34] Majorana E., "*Atomi orientati in campo magnetico variabile*", Nuovo Cimento 9, 43-50 (1932).
[35] Nowack K. C., Koppens F. H. L., Nazarov Y. V., and Vandersypen L. M. K., "Coherent control of a single electron spin with electric fields", *Science* 318, 1430-1433 (2007).
[36] Laird E. A., Barthel C., Rashba E. I., Marcus C. M., Hanson M. P., and Gossard A. C., "Hyperfine-mediated gate-driven electron spin resonance", *Phys. Rev. Lett* 99 (2007) 246601.
[37] Nadj-Perge S., Frolov S. M., van Tilburg J. W. W., Danon J., Nazarov Y. V., Algra R., Bakkers E. P. A. M., and Kouwenhoven L. P., "Disentangling the effects of spin-orbit and hyperfine interactions on spin blockade", *Phys. Rev. B* 81 (2010) 201305.