

## **Comparison of Predictability of Fixed Incomes Risk Measures in Pricing: A Case Study of Debt Securities Accepted in Tehran Stock Exchange**

**Gholamreza Zomorodian<sup>1</sup>, Mohammad Azad<sup>2</sup>, Mohamadreza Rajabzadeh<sup>3</sup>**

### **Abstract**

The price of a fixed income portfolio is a function of future cash flows and expected market rates. Since future cash flows are fixed, the price changes of the bonds will occur in response to changes in the expected market rate of return. The main problem for holders of securities is determining the sensitivity of the bonds' price to the expected rate of return. Major measures for this purpose include convexity and modified duration. In addition to these two criteria, in this study, the yield to maturity at risk criterion was also defined and examined. The main purpose of the research was to find a measure which is more suitable to price estimation. Since one of the most important factors influencing the price of a security is its risk, the measure that has the best performance in estimating the price of a security is the most efficient measure in determining its risk. To this end, the ability to estimate each of the above measures was compared using regression, which indicated that the yield to maturity at risk has the best estimation power. Therefore, the best measure for determining the risk of Iranian debt market is yield to maturity at risk, and financial analysts and potential investors can use this criterion as a risk factor in optimal portfolio investment models, existing portfolio modification, and analysis of the risk of fixed income securities.

**Keywords:** Duration, Modified Duration, Convexity, Yield to Maturity at Risk, Risk Price

**JEL:** G32 .G12

- 
- 1 . Faculty member, Faculty of Management, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Iran.  
Email: gh.zomorrodian@gmail.com
  - 2 . Ph.D. student of Finance Management, Department of Management, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Iran. Corresponding Author, Email: azad-muhammad@hotmail.com
  - 3 . M.A. student of Financial Engineering and Risk Management, University of Tehran, Tehran, Iran.  
Email: m.rajabzadeh@ut.ac.ir

## مقایسه توان پیش‌بینی سنجه‌های ریسک اوراق با درآمد ثابت در تعیین قیمت‌ها<sup>۱</sup>

بررسی موردی اوراق بدهی پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران و فرا بورس ایران

غلامرضا زمردیان<sup>۲</sup>، محمد آزاد<sup>۳</sup>، محمدرضا رجب‌زاده<sup>۴</sup>

### چکیده

قیمت یک ورقه بهادار با درآمد ثابت تابعی از جریان‌های نقد آتی و نرخ بازده مورد انتظار بازار است. از آنجاکه جریان‌های نقد آتی ثابت می‌باشند، لذا تغییرات قیمت اوراق در واکنش به تغییرات در نرخ بازده مورد انتظار بازار رخ می‌دهد. مسئله اصلی دارندگان اوراق، تعیین حساسیت قیمت اوراق نسبت به تغییرات نرخ بازده مورد انتظار است. سنجه‌های اصلی در این زمینه تحذب و دیرش تعدیل‌شده می‌باشند. در این پژوهش علاوه بر دو معیار مذکور، معیار "بازده تا سررسید در معرض ریسک" نیز تعریف و مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف اصلی پژوهش، یافتن سنجه‌ای است که در تخمین قیمت عملکرد مناسب‌تری دارد. از آنجایی که یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در قیمت یک ورقه بهادار ریسک آن ورقه است بنابراین سنجه‌ای که بهترین عملکرد را در تخمین قیمت یک ورقه داشته باشد کارآمدترین سنجه در تعیین ریسک آن است. بدین منظور توان تخمین هر یک از سنجه‌های فوق، با استفاده از رگرسیون مورد مقایسه قرار گرفت که نشان می‌دهد بازده تا سررسید در معرض ریسک بهترین قدرت تخمین را دارند. بنابراین نتیجه، بهترین معیار برای تعیین ریسک اوراق بازار بدهی ایران بازده تا سررسید در معرض ریسک است و تحلیل گران مالی و سرمایه‌گذاران بالقوه و بالفعل می‌توانند از این معیار به‌عنوان عامل ریسک در مدل‌های تشکیل سبدهای سرمایه‌گذاری بهینه، اصلاح سبدهای موجود و تحلیل ریسک اوراق با درآمد ثابت استفاده کنند.

**واژه‌های کلیدی:** دیرش، دیرش تعدیل‌شده، تحذب، بازده تا سررسید در معرض ریسک، قیمت ریسک.

طبقه‌بندی موضوعی: G12, G32

۱. DOI مقاله: 10.22051/JFM.2019.25908.2073

۲. استادیار و عضو هیئت‌علمی دانشکده مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مرکزی، تهران، ایران،

Email: gh.zomorrodian@gmail.com

۳. دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، تهران، ایران،

Email: azad-muhammad@hotmail.com

۴. دانشجوی کارشناسی ارشد مالی، گرایش مهندسی مالی و مدیریت ریسک، دانشگاه تهران، نویسنده مسئول،

Email: m.rajabzadeh@ut.ac.ir

## مقدمه

منابع دولت از محل‌های مالیاتی، فروش دارایی و منابع طبیعی زیرزمینی و ایجاد بدهی (تعهدات) تأمین می‌شود. یکی از برنامه‌های اصلی دولت در چند سال اخیر تشکیل و گسترش بازار بدهی برای انتشار اوراق بدهی است. بازار بدهی می‌تواند علاوه بر ساماندهی و مدیریت بدهی‌های دولت به گسترش ابزارهای بانکی، تقویت توان سیاست‌ها مالی و کشف نرخ شود کمک کند. افزون بر این بنگاه‌های اقتصادی می‌توانند با تأمین مالی از طریق این بازار منابع جدیدی خارج از نظام بانکی برای خود ایجاد نمایند و ریسک ناشی از تأمین مالی کنونی را از دوش نظام بانکی و اقتصاد بردارند. (حاجی دولایی، ۱۳۹۶). با رونق گرفتن انواع اوراق بدهی و ابزارهای نوین تأمین مالی در بازار سرمایه کشور طی سال‌های اخیر و قابلیت معامله اوراق بهادار با درآمد ثابت در بازارهای ثانویه همانند فرا بورس ایران و بورس اوراق بهادار تهران، بحث ارزشیابی اوراق و در گام بعدی مدیریت پرتفوی اوراق با درآمد ثابت از اهمیت خاصی برخوردار شده است. ارزشیابی اوراق با درآمد ثابت، با توجه به اینکه ناشر جریان قطعی پرداخت‌ها شامل کوپن و اصل را پذیرفته است و این اوراق دارای یک حداکثر عمر یا همان سررسید هستند، ساده‌تر از ارزشیابی سهام است. با این وجود، تغییرپذیری نرخ‌های سود می‌تواند منجر به تغییرات در قیمت اوراق گردد. ارزش زمانی پول به ویژگی‌های جریان نقد یک ورقه بهادار مثل الگوی پرداخت و نرخ تنزیل پرداخت‌ها بستگی دارد. ارزیابی تغییر ارزش فعلی جریان نقد با تغییرات نرخ سود موضوع مورد بحث در دیرش می‌باشد. دیرش در صنعت مالی به‌طور گسترده به‌عنوان شاخص تغییرات قیمت به ازای تغییر در نرخ بازده تا سررسید استفاده می‌شود. (بیرواگ و فولادی<sup>۱</sup>، ۲۰۰۶). علاوه بر این تعریف، مک کالی<sup>۲</sup> (۱۹۳۸) شاخصی برای پیش‌بینی طول عمر اوراق قرضه معرفی نمود که به دیرش مک کالی معروف است. او محاسبه میانگین وزنی زمانی برای هر برنامه پرداخت اوراق را پیشنهاد نمود (دیرکس و ارتمن<sup>۳</sup>، ۲۰۱۵). از آنجایی که رابطه بین قیمت اوراق و نرخ سود غیرخطی است، تحدب شاخصی دقیق‌تر از دیرش خط است که ابزاری قدرتمند در تحلیل اوراق با درآمد ثابت محسوب می‌شود (گرینتر<sup>۴</sup>، ۱۹۸۸).

---

1 . Bierwag & fooladi  
 2 . Macaulay  
 3 . Dierkes & ortmann  
 4 . grinterr

علاوه بر دیرش و تحذب، دیگر ابزار مهم سنجش ریسک ارزش در معرض ریسک است که حداکثر زیان بالقوه دارایی‌ها را در بازه زمانی معین و سطح مشخصی از اطمینان بیان می‌کند (دیو و استال<sup>۱</sup>، ۱۹۹۸).

این پژوهش به دنبال بررسی و مقایسه عملکرد سنجه‌های ریسک مرتبط با اوراق با درآمد ثابت و معرفی بهترین سنجه به لحاظ توان تخمین تغییرات قیمت اوراق در بازارهای بدهی بورس و ابزارهای نوین مالی فرا بورس است. رایج‌ترین سنجه ریسک اوراق با درآمد ثابت، دیرش مکالی و تحذب است که به لحاظ مفهومی نشان‌دهنده میزان تغییرات قیمت ورقه ناشی از یک واحد تغییر در نرخ می‌باشد. از آنجا که تحذب معیار کامل‌تر و دقیق‌تری از دیرش مکالی است ما در این پژوهش از این معیار استفاده خواهیم نمود. سنجه‌ای دیگری شامل دیرش تعدیل‌شده نیز وجود دارند. در این مقاله، با استفاده از مفهوم و مدل ارزش در معرض ریسک (VaR)، سنجه‌ای تحت عنوان "بازده تا سررسید در معرض ریسک" معرفی و به همراه دو معیار فوق، مورد مطالعه قرار گرفته است. عامل اصلی تفاوت در نرخ بازده مورد انتظار تا سررسید اوراق، سطح ریسک هر ورقه می‌باشد که در مورد اوراق دارای رتبه اعتباری به سهولت قابل تعیین است. اما در شرایط عدم وجود رتبه اعتباری استفاده از سنجه‌های مورد بررسی، می‌تواند به عنوان معیاری برای تعیین نرخ تنزیل و در نتیجه قیمت گذاری ورقه بهادار مفید واقع گردد.

سابقه پژوهش‌های داخلی نشان‌دهنده تمرکز بیشتر بر بررسی معیارهای عملکرد مدیریت پرتفوی و نیز بازارگردانی این نوع اوراق می‌باشد. این در حالی است که هدف پژوهش حاضر، ارزیابی و مقایسه سنجه‌های ریسک اوراق با درآمد ثابت، بر مبنای توان پیش‌بینی کنندگی آن‌ها در تخمین تغییرات قیمت می‌باشد.

### مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در یکی از معمول‌ترین تقسیم‌بندی‌های اوراق بهادار سرمایه‌ای، دو نوع ابزار معرفی می‌گردد؛ اوراق بهادار با درآمد ثابت و اوراق بهادار مالکیتی. اوراق بهادار ثابت دارای برنامه ثابتی از پرداخت مبالغی از پیش تعیین شده (اصطلاحاً کوپن نامیده می‌شود) در زمان‌های معین و تاریخ مشخص برای بازپرداخت اصل می‌باشد (فابوزی و لیبویتز<sup>۲</sup>، ۲۰۰۷).

1 . Dave & stall

2 . Fabozzi & Libowitz

این اوراق که خود انواع مختلفی دارند، به لحاظ ریسک با یکدیگر تفاوت‌هایی دارند. مهم‌ترین ریسک پیش روی دارنده این اوراق نکول ناشر است. البته به جز عامل نکول موارد متعدد دیگری می‌توانند بر ریسک اوراق تأثیرگذار باشند. نرخ سود از جمله این موارد است. برای تعیین حساسیت قیمت اوراق با درآمد ثابت نسبت به تغییرات در نرخ سود، سنجه‌های مختلفی از جمله؛ دیرش، تحذب، دیرش تعدیل شده و بازده در معرض ریسک معرفی می‌شوند.

قیمت‌گذاری اوراق با درآمد ثابت تماماً مبتنی بر محاسبه ارزش فعلی جریان نقدی مورد انتظار است. فرآیند محاسبه ارزش اوراق را در سه مرحله به شرح زیر می‌توان خلاصه نمود.

۱- برآورد جریان نقد؛ در طول عمر اوراق تا سررسید. برای یک ورقه دو نوع جریان نقدی

می‌توان متصور بود،

الف) پرداخت مبالغ کوپن،

ب) اصل اوراق.

۲- تعیین نرخ تنزیل مناسب؛ با توجه به ریسک دریافت جریان نقد مذکور تعیین می‌شود.

۳- محاسبه ارزش فعلی جریان نقد مورد انتظار؛ معادل حاصل ضرب جریان نقد مورد

انتظار اوراق در عامل تنزیل مناسب (پابوکادی<sup>۱</sup>، ۲۰۱۳).

اثر گذشت زمان بر قیمت اوراق با درآمد ثابت، به سادگی برای اوراق تنزیلی قابل درک است. از آنجاکه این اوراق هیچ کوپن یا سودی ندارند، لذا بازده کامل آن‌ها ناشی از تغییر قیمت است. اوراق دارای کوپن نیز می‌توانند با گذشت زمان، تغییر در قیمت مورد انتظار داشته باشند. بیشتر اوراق با درآمد ثابت، دارای تغییرات قیمت قابل پیش‌بینی هستند که بخشی از بازدهی آن‌ها است (فابوزی و لیوویتز، ۲۰۰۷).

معیار سنجش این حساسیت، مشابه با بتا در حساسیت اوراق بهادار به تغییر در یک شاخص، معروف به دیرش است. دیرش معیاری برای حساسیت قیمت اوراق به تغییر در نرخ‌های سود است. به‌طور خاص، منهای دیرش ضربدر تغییر متناسب در یک بعلاوه نرخ سود، برابر با بازده پیش‌بینی نشده است، که ناشی از تغییر در قیمت یا همان سود سرمایه‌ای اوراق می‌باشد (فابوزی و لیوویتز، ۲۰۰۷).

بازده اوراق با درآمد ثابت از روزی که خریداری می‌شود تا زمانی که به فروش می‌رسد، از دو

بخش اصلی شامل؛

الف) ارزش بازار ورقه در زمان فروش،

ب) جریان نقدی دریافتی طی دوره نگهداری، بعلاوه هرگونه سود سرمایه‌گذاری مجدد جریان نقدی مذکور، تشکیل شده است.

عوامل متعددی بر هر یک از این دو جزء یا هر دو آن‌ها تأثیر می‌گذارند. به طوری که می‌توان اثر هر یک از این عوامل را به‌عنوان معیاری از تأثیر عوامل بازار بر نرخ بازده ورقه تحت عنوان یک ریسک در نظر گرفت. مهم‌ترین ریسک مترتب بر اوراق بهادار با درآمد ثابت ریسک نرخ سود است (حسینی، ۱۳۹۴).

### ریسک نرخ سود

قیمت ورقه بهادار با درآمد ثابت همواره در جهت عکس تغییرات نرخ سود تغییر می‌کند. به نحوی که افزایش (کاهش) نرخ سود، قیمت ورقه بهادار با درآمد ثابت را کاهش (افزایش) می‌دهد. برای سرمایه‌گذاری که قصد دارد این اوراق را تا تاریخ سررسید آن نگهداری نماید، این تغییرات قیمتی قبل از سررسید نگران‌کننده نیست. اما برای سرمایه‌گذاری که قصد فروش ورقه خریداری شده را قبل از سررسید دارد، افزایش نرخ سود به معنی تحقق زیان سرمایه‌ای است، این زیان سرمایه‌ای همان ریسک بازار اوراق یا ریسک نرخ سود شناخته می‌شود و تقریباً بزرگ‌ترین ریسکی است که یک سرمایه‌گذاری فعال در بازار بدهی با آن مواجهه است (حسینی، ۱۳۹۴).

به منظور کنترل ریسک نرخ سود ضرورت دارد که این ریسک کمی سازی شود. معمول‌ترین سنجه مورد استفاده برای ریسک نرخ سود، دیرش است. دیرش بیانگر درصد تغییرات تقریبی ورقه بهادار یا پرتفوی به ازای تغییرات ۱۰۰ واحد پایه، معادل یک درصد، در نرخ بازده است (حسینی، ۱۳۹۴).

### اندازه‌گیری ریسک نرخ سود

همانطور که گفته شد ارزش ورقه بهادار با درآمد ثابت در جهت عکس تغییرات نرخ سود تغییر می‌کند. اما آنچه برای یک سرمایه‌گذار مهم‌تر از این رابطه است پاسخ به این سؤال است که این تغییرات چه زمان رخ خواهد داد. به این منظور سرمایه‌گذاران باید قادر به کمی سازی نتایج حاصله باشند.

نکته کلیدی برای اندازه‌گیری ریسک نرخ سود دقت تخمین قیمت بعد از چرخش نرخ سود است، مدلی که به‌منظور تعیین ارزش اوراق پس از تغییر نرخ سود در جهت مخالف بکار می‌رود. در صورتی که مدل ارزشیابی بکار رفته قابل اتکا نباشد هیچ راهی برای سنجش مناسب معرض ریسک نرخ سود وجود نخواهد داشت.

به‌طور کلی دو رویکرد برای اندازه‌گیری ریسک نرخ سود وجود دارد؛ رویکرد ارزشیابی کامل و رویکرد دیرش و تحذب.

در رویکرد ارزشیابی کامل، به‌منظور تعیین معرض ریسک نرخ سود یک پرتفوی یا یک ورقه با درآمد ثابت، پس از رخداد تغییر در نرخ سود، آن دارایی را ارزشیابی مجدد می‌کنند. این نوع تحلیل بر اساس یک سناریوی مشخص از تغییرات نرخ سود انجام می‌گردد. این رویکرد که گاهی تحت عنوان "تحلیل سناریو" نیز شناخته می‌شود شامل ارزیابی معرض سناریوهای تغییر نرخ سود می‌باشد.

رویکرد دوم، مربوط به استفاده از دیرش و تحذب است که اساساً به دنبال بهبود در تخمین نوسانات قیمت اوراق به دلیل تغییرات نرخ سود است (حسینی، ۱۳۹۴). دیرش در صنعت مالی به‌طور گسترده به‌عنوان شاخص تغییرات قیمت به ازای تغییر در نرخ بازده تا سررسید استفاده می‌شود (بیرواگ و فولادی، ۲۰۰۶). هیکس<sup>۱</sup> (۱۹۳۹) بیان کرد که دیرش ابزاری برای ارزیابی نوسانات قیمت است. او تحلیل نمود که قیمت با هر نوع خاص از جریانان نقد قابلیت تغییر دارد. در نتیجه تغییرات ارزش دارایی‌ها ناشی از تغییرات نرخ سود با دیرش دارایی‌ها بسیار مرتبط است. بعد از مک کالی و هیکس، ساموئلسون<sup>۲</sup> (۱۹۴۵) مجدداً دیرش را برای مشتقات اوراق قرضه با توجه به نرخ بازده تا سررسید کشف نمود. و در نهایت ردینگتون<sup>۳</sup> (۱۹۵۲) دیرش را برای ایمن‌سازی درآمدها در مقابل تغییرات نرخ سود به کار برد.

این چهار دانشمند پیشگامان ارائه مفهوم دیرش و کاربرد آن در مالی بوده‌اند (بیرواگ و فولادی، ۲۰۰۶). دیرش دیدگاهی در مورد حساسیت قیمت در اوراق با درآمد ثابت ارائه می‌دهد. عاملی دقیق‌تر برای شناسایی اثرات تغییر نرخ بهره بر قیمت اوراق بدهی تحذب است. اگرچه تحذب توجه کمتری به خود جذب نموده است اما همچنان ابزار قدرتمندی در تحلیل اوراق با درآمد ثابت

1 . hicks  
2 . samuelson  
3 . redington

است. بعضی ادبیات اولیه تحذب بیشتر را همراه با ارزش بیشتر اوراق قرضه می‌دانند (گریتر<sup>۱</sup>، ۱۹۸۸). تحذب افزایش بیشتری در قیمت سهم به ازای کاهش نرخ سود در مقایسه با کاهش در قیمت سهم با همان مقدار افزایش در نرخ سود را به وجود می‌آورد. بنابراین استراتژی‌های پرتفولیو حداکثر سازی تحذب را تشویق می‌کنند. اگرچه کارایی آن هنوز سؤال‌برانگیز است (اشنابل<sup>۲</sup>، ۱۹۹۰). با وجود انتقادات تحذب همچنان به‌عنوان عامل تأثیرگذار بین ارزش‌داری و نرخ سود محسوب می‌شود و برای محاسبه میزان این ارتباط هر دو عامل دیرش و تحذب ضروری‌اند. اگرچه دیرش مفهومی آسان دارد اما زمانی که دیرش در مقابل داده‌های واقعی قرار می‌گیرد زمان طولانی‌تری غیرواقعی را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال اگر جریان مالی با نرخ ۲ درصد سالیانه کمتر از نرخ تنزیل رشد کند دیرش سهام حدود ۵۰ سال محاسبه می‌گردد. این در حالی است که پژوهش‌های عملی مقدار دیرش در این وضعیت را کمتر از ۱۰ سال نشان می‌دهند (کرنل<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰) و (هملینک<sup>۴</sup>، ۲۰۰۲). یک تلاش برای نزدیک کردن نتایج تئوری با عملی را می‌توان تعدیل کردن نرخ رشد با برخی فرضیات تورم دانست که هم نرخ تنزیل اسمی و هم جریان نقدی را در همان راستای نرخ تورم مورد انتظار هم‌جهت می‌سازد (لیبوییتز، ۱۹۸۹). به‌عنوان اصلاح دیگر می‌توان استفاده از معادل اطمینان<sup>۵</sup> برای ریسک بتا در پژوهش‌های عملی را نام برد (کاسابونا<sup>۶</sup> و همکاران، ۱۹۸۴).

یکی دیگر از عوامل مهم در مدیریت ریسک اندازه‌گیری زیان بالقوه‌ای است که سیستم مالی بر اساس اطلاعات شناخته‌شده بازار با آن مواجه می‌شود. با استفاده از این معیار ریسک، مؤسسات مالی می‌توانند ذخیره سرمایه کافی برای مقابله با زیان بالقوه آماده کنند و فعالیت‌های مالی عادی خود را زمانی که بازار در آینده نزدیک نزولی است حفظ کنند. در میان معیارهای اندازه‌گیری ریسک ارزش در معرض ریسک یک معیار اساسی برای اندازه‌گیری ریسک روزانه در مطالعات مالی است. ارزش در معرض ریسک حداقل ارزش بازده ممکن‌داری مالی در یک محدوده زمانی داده‌شده در سطح اطمینان مشخص است (چن<sup>۷</sup> و همکاران، ۲۰۱۹). کمیته بازرسی بانک‌های بازل در سال (۱۹۹۶) مدل‌های ارزش در معرض ریسک را برای تعیین نمودن نیازهای سرمایه‌ای بانک‌ها برای معاملات تجاری‌شان پیشنهاد نمود (دیو و استال، ۱۹۹۸). از جمله دیگر کارهایی که در این

---

1 . grinter  
2 . stable  
3 . Coronel  
4 . Hamlink  
5 . CE  
6 . Casabona  
7 . Chean



زمینه صورت گرفته است می توان به چاپ کتاب های جوربون<sup>۱</sup> (۱۹۹۶) و دود<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) برای محیط های دانشگاهی و کتاب بست<sup>۳</sup> (۱۹۹۸) برای مدیریت ریسک شاغلین صنعت مالی اشاره نمود که با مبانی آماری ارزش در معرض ریسک را توضیح می دهند. از دهه ۹۰ پژوهش ها در این زمینه به طور گسترده ای افزایش یافت. یک راهنمای کامل در این زمینه زاپلار<sup>۴</sup> (۲۰۱۳) است. آباد<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۱۴) بسیاری از روش های ارزش در معرض ریسک را در مورد چگونگی محاسبه و اجرای آن در بازارهای سهام مالی بررسی نمودند. میلتيک<sup>۶</sup> (۲۰۱۵) چگونگی پیاده سازی آزمون های پشتیبان با کیفیت را بیان نمود.

از زمان معرفی این معیار بحث های زیادی در مورد دقت و کارایی این روش صورت گرفته است. از میان همه انتقادات دو انتقاد مهم به این روش عبارت اند از این که ارزش در معرض ریسک معیار مرتبطی برای اندازه گیری ریسک نمی باشد و این معیار قابل اعتماد نیست. بحث هایی که مالینوفسکی<sup>۷</sup> (۲۰۱۵) زاپلار (۲۰۱۳)، ژانگ و اسمیت<sup>۸</sup> (۲۰۱۰) در پژوهش های خود آورده اند همه در همین زمینه است. یا این وجود کمیته بازل به استفاده از این روش همچنان اصرار دارد.

در سال ۱۹۸۹ بانک سرمایه گذاری خصوصی جی پی مورگان<sup>۹</sup> شروع به استفاده از ارزش در معرض ریسک برای ارزیابی ریسک خود کرد. در سال ۱۹۹۶ این بانک ابزار مدیریت ریسک اقتصادی خود را توسعه داد و آن ها را معیارهای ریسک نامید و ارزش در معرض ریسک به عنوان یکی از اجزای مهم مفهوم ریسک وارد محاسبات شد. اتفاق مهم دیگر برای شروع دوران ارزش در معرض ریسک استفاده از این روش به عنوان یک روش اصلاحی مهم برای افشای ریسک نظارت بود، جایی که کمیسیون بورس امریکا به شرکت های تجاری عمومی اجازه داد برای گزارش زیان بالقوه خود با توجه به درآمد و جریان نقدشان از این معیار استفاده کنند. (هالکوس و سیریویس<sup>۱۰</sup> ۲۰۱۹،

- 
- 1 . joriun
  - 2 . doud
  - 3 . best
  - 4 . Zaplar
  - 5 . Abad
  - 6 . Miltic
  - 7 . malinovski
  - 8 . Zhang & Smith
  - 9 . GP murgan
  - 10 . Halkos & sirios

نیلسون لیکي و سنجي ناولخا<sup>۱</sup> (۱۹۹۳)، تحت عنوان تحذب، ريسك و بازده را به صورت تجربي آزمون کردند. بررسي آن‌ها در اين راستا بود که آیا تحذب بازده در حال تقويت شدن است (ديدگاه سنتي که مبتني بر جابجايي‌های ساختار زماني موازي بود)، يا بازده در حال افول (ديدگاه تعادلي که عقیده دارد تحذب قيمت گذاري می‌شود)؟ نتايج اين آزمون تجربي بر روی دوره‌های زماني مختلف نشان داد که رابطه تحذب با بازده اوراق يا کم اهميت است و يا معکوس. اين نتايج با نقد مدل سنتي مبتني بر ديرش که توسط اينگرسول، اسکلتون و ويل<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۸ ارائه گردید، سازگار است و در واقع نشان می‌دهد که تحذب احتمالاً قيمت گذاري می‌شود. بعلاوه، اهميت و نقش تحذب اوراق قرضه به واسطه ارتباط مستقيم آن برای ايمن‌سازی ماهيت ريسك در يك پرتفوی متشکل از اوراق نشان داده می‌شود، که اين نیز با کاربرد مدل مربع (M-Square Model)، توسط فانگک و واسيک<sup>۳</sup> (سال‌های ۱۹۸۳ و ۸۴) همخوانی دارد.

سارکار<sup>۴</sup> (۱۹۹۹) مدلی برای ديرش و تحذب اوراق قرضه قابل‌تبدیل بدون کوپن ارائه نمود. مدل او ۳ عامل مهم ريسك اعتباری، اختيار تبدیل و وابستگی را در اين نوع از قرضه دربر می‌گیرد. اثر کلی اين مدل در مقابل مدل‌های ساده ديرش و تحذب کمتر کردن ديرش است درحالی‌که اثرات بر روی تحذب مبهم است. او نتیجه می‌گیرد که هر دو اثر بر روی اوراق قرضه قابل‌تبدیل بدون کوپن بسیار متفاوت با اوراق قرضه مستقيم است و استفاده از روش‌های معمولی برای محاسبه ديرش و تحذب اين نوع اوراق را غيرممکن می‌داند.

ونس و دوان<sup>۵</sup> (۲۰۰۰) تأثیر همبستگی بين ارزش دارایی و نرخ سود بر اساس ديدگاه ديرش و تحذب بر روی بدهی‌های ريسکی شرکت‌ها بررسي نمودند. آن‌ها ساختار غير سطحی و نوسانات نرخ سود را به دارایی‌های شرکت مرتبط ساختند. نتايج آن‌ها نشان داد که اگر ارزش دارایی‌ها ارتباط منفي با نرخ سود داشته باشد نسبت به زماني که ارزش دارایی‌ها دارای ارتباط مثبت با نرخ سود يا بدون ارتباط است، بدهی‌های شرکت حساسيت بیشتری به تغيير نرخ سود دارند. آن‌ها همچنين نشان دادند ديرش و تحذب بدهی‌های ريسکی اخير تفاوت فراوانی با ديرش و تحذب بدهی‌های بدون ريسك و بدهی‌های ريسکی قبل‌تر دارد.

---

1 . Nilson & Sanji  
 2 . Ingersoul & Skalton & Weil  
 3 . Fang & Asick  
 4 . sarkar  
 5 . Vens & Duan

بر اساس نتایج پژوهش جوریون<sup>۱</sup> (۲۰۰۱) ارزش در معرض ریسک بدترین زیان مورد انتظار ممکن را در چشم‌انداز زمانی مشخص و سطح اطمینان معین تحت شرایط عادی بازار پیش‌بینی می‌کند. و بر اساس مطالعات هولتون (۲۰۰۳) ارزش در معرض ریسک قادر به افشا ریسک قیمت بازار دارایی‌های مالی یا پرتفوی دارایی در یک روز بد از دیدگاه آماری می‌باشد. بنابراین اگر شرکت ارزش در معرض ریسک را یک میلیون یورو، یک درصد در یک روز گزارش کند به این معنی است که در شرایط عادی بازار سبد دارایی شرکت به احتمال ۹۹ درصد ماکسیمم زبانی که در یک روز تجربه خواهد کرد از یک میلیون یورو بیشتر نخواهد بود.

شافر<sup>۲</sup> (۲۰۰۷) دیرش و تحذب شرکت را زمانی که شرکت در شرف ورشکستگی و یا توقف در رشد قرار دارد، بررسی کرد. او نشان داد که تصحیح ایجادشده در محاسبه دیرش و تحذب در این وضعیت بسیار چشمگیر است و در کاربرد بسیار مهم است. به‌علاوه او نشان داد که دیرش سهام در زمان ورشکستگی از پرداخت‌های نقدی تأثیر نمی‌پذیرند.

دی ال چرتاک<sup>۳</sup> (۲۰۱۲) در پژوهشی با عنوان تقریب‌هایی برای بازده، قیمت، دیرش و تحذب در عمل، یک سری تکنیک‌های عملی برای محاسبه تقریبی هر یک از متغیرهای مذکور ارائه می‌دهد. برآوردهایی از دیرش و تحذب، قیمت‌ها و بازده‌ها را در سه نقطه مشاهده‌شده نشان می‌دهد. تقریب به‌دست‌آمده از متغیرهای فوق می‌تواند در محاسبه قیمت‌ها و بازده کسب‌شده مبتنی بر نقاط زمانی مجاور مفید واقع شود و داده‌های اضافی را برای تحلیل سناریو ایجاد کند.

پابوکادی و سکول سیروچایی (۲۰۱۳) در مقاله‌ای تحت عنوان پرتفوی اوراق قرضه و سنجش ریسک، انواع مختلف ریسک‌های مترتب شامل ریسک بازار، ریسک اعتباری، و ریسک نقدینگی در مدیریت پرتفوی اوراق قرضه را بررسی نمودند. در مورد اوراق دولتی تنها به ریسک بازار پرداخته شد. در مدیریت نوین ریسک، روش‌های مختلفی برای محاسبه ارزش در معرض ریسک به‌عنوان یک معیار استاندارد برای ریسک بازار بکار می‌رود. اوراق قرضه شرکتی علاوه بر ریسک نرخ سود تحت تأثیر ریسک اعتباری نیز می‌باشد. به‌علاوه ریسک نقدینگی نیز در مدل‌سازی ریسک برای مدیریت پرتفوی اوراق قرضه به‌طور جدی مورد توجه است. یافته‌های آن‌ها نشان می‌دهد که اوراق قرضه معامله‌شده در بازار معمولاً قیمت‌گذاری می‌شود ولی اغلب سرمایه‌گذاران توجه اندکی به ریسک اعتباری و نقدینگی دارند. مدیریت اثربخش پرتفوی اوراق توجه مضاعفی به این ریسک‌ها

---

1 . Jourion  
2 . Shaffer  
3 . DL chertack

دارد. آن‌ها نحوه محاسبه انواع ریسک‌های مذکور شامل ریسک بازار، ریسک اعتباری و ... را ارائه می‌دهند. همچنین در مورد ریسک نقدینگی معتقدند با ترکیب مسئله در مدل استاندارد ارزش در معرض ریسک می‌توان این ریسک را نیز برآورد نمود.

پاگانسلی و سیفونتس<sup>۱</sup> (۲۰۰۴) مدلی برای ارزیابی ویژگی‌های ریسک سبدهای اوراق با درآمد ثابت پیشنهاد نمودند. دو پارامتر مورد استفاده آن‌ها در این پژوهش احتمال نکول و وابستگی این اوراق با یکدیگر است. آن‌ها نشان دادند که استفاده از زیان مورد انتظار به‌عنوان نماینده ریسک این اوراق نادرست است چراکه اثرات پراکندگی همبستگی را بیان نمی‌کند. مدل پیشنهادی آن‌ها با در نظر گرفتن اثرات همبستگی ارزش دقیق‌تری از زیان مورد انتظار را ارائه می‌دهد.

دیرکس و ارتمن (۲۰۱۵) رویکرد جدیدی برای تخمین تغییرات قیمت با توجه به الگوی جریان نقد ناشی از تغییر نرخ سود ارائه دادند. آن‌ها ارزش فعلی را با استفاده از معادلات خطی ارزیابی نمودند. نتایج آن‌ها به‌مراتب از نتایج به‌دست آمده از فرمول‌های نتیجه شده از بسط تیلور دقیق‌تر بود. آن‌ها ادعا کردند که فرمول‌های آن‌ها بر هر فرمول تقریبی تخمین زده‌شده در دیرش برتری دارد. آن‌ها همچنین تغییرات نرخ تنزیل بدهی‌های آتی ناشی از تغییر در عوامل ذخیره‌سازی سرمایه را در صنعت بیمه تخمین زدند.

بامز<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۱۷) نوسانات ضمنی و نوسانات تاریخی را برای تهیه یک مدل دقیق پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک ارزیابی و مقایسه کردند. آزمون‌های عملی بر روی شاخص داو جونز و ۱۰۰ شرکت نزدیک برای دوره زمانی بیش از ۲۰ سال بر روی داده‌های روزانه نشان داد که عملکرد مدل نوسانات ضمنی ارزش در معرض ریسک در مقابل ارزش در معرض ریسک مبتنی بر مدل جی جی آر گارچ<sup>۳</sup> شکست‌خورده است. این یافته زمینه‌ای برای استفاده از نسبت‌های درست‌نمایی، آزمون ترکیبی داینامیک و عملگر آماری زیان را برای ارزیابی عملکرد ارزش در معرض ریسک می‌باشد. بامز و همکاران تعدیلات پارامتریک و غیر پارامتریک برای تصحیح قیمت منفی ریسک نوسانات اعمال کردند. اگرچه این تعدیلات توانست انحرافات را کم کند اما همچنان به نوسانات ضمنی اجازه عملکرد بهتر نسبت به مدل‌های نوسان تاریخی نداد.

چن و همکاران (۲۰۱۹) با بیان این که ارزش در معرض ریسک با انتقادهایی از جمله بی‌ارتباط بودن و غیرقابل اعتماد بودن مواجه است مدل جدیدی در این زمینه به نام (MMvar) معرفی نمودند. این مدل نه تنها ویژگی‌های مثبت ارزش در معرض ریسک را داراست بلکه ریسک بازار دارایی‌های مؤسسات مالی‌ای که

1 . Pagnoncelli & cifuentes

2 . Bams

3 . GGR-GARCH

تسویه روزانه دارند را بهتر محاسبه می‌نماید. در داده‌های واقعی آن‌ها به این نتیجه رسیدند که دقت محاسبه ریسک مدلشان حدود ۲۰ درصد بیشتر از روش کلاسیک ارزش در معرض ریسک است.

سعیدی و صفدری پور (۱۳۸۷) به ارزیابی مقایسه‌ای معیارهای ریسک نامطلوب و عملکرد معیارهای متعارف ریسک در پیش‌بینی میانگین بازده مازاد سهام بورس تهران پرداختند. آن‌ها با به‌کارگیری داده‌های ۳۲ شرکت بورسی از سال ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۵ نشان دادند که دو معیار ریسک نامطلوب یعنی معیار بتای تعدیل‌شده و شاخص تریتور تعدیل‌شده در مقایسه با معیارهای متعارف به شکل قوی‌تری بازده مازاد سهام را تبیین می‌کنند نسبت شارپ قوی‌تری دارند.

ترابی و همکاران (۱۳۹۳) بازار گردانی اوراق بهادار با درآمد ثابت به روش عرضه و تقاضا و مسئله کاهش ریسک بازار گردانی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با این پیش‌فرض که چون نرخ سود اوراق بهادار با درآمد ثابت در قالب بسته‌های سیاستی و نظارتی بانک مرکزی تعیین می‌گردد، عموماً ثابت و در حکم نرخ سود کشور قلمداد می‌شود لذا بدیهی است که نرخ سود بایستی شناور و بیش از نرخ تورم باشد، لیکن به دلیل سازوکار موجود برای ابلاغ نرخ سود، شناوری نرخ سود در ایران برخلاف اکثر کشورهای دنیا وجود ندارد و نرخ سود ابلاغی نیز نرخ منصفانه نیست. از سوی دیگر با توجه به تورم بالا، عدم انعطاف و جذابیت سایر بازارهای موازی، حجم بازر خرید این اوراق افزایش یافته و بازار گردان را مجبور به بازر خرید حجم بالایی از اوراق غیر جذاب می‌نماید. آن‌ها با معرفی این شیوه جدید بازار گردانی برای اوراق بهادار با درآمد ثابت، نشان می‌دهند که در این روش با تغییر شیوه خرید و فروش اوراق نرخ بازدهی این اوراق تغییر می‌یابد. تغییر نرخ بازدهی اوراق به کشف و شفاف‌سازی نرخ سود در کشور می‌انجامد و هم‌زمان با کاهش ریسک بازار گردانی منجر به کاهش نرخ تأمین مالی در کشور نیز می‌شود.

حسینی (۱۳۹۴) به بررسی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک در سهام و اوراق بهادار با درآمد ثابت می‌پردازد. وی با استفاده از داده‌های تاریخی، معیارهای عملکرد شارپ، سورتینو و پتانسیل مطلوب را محاسبه نمود. نتایج این بررسی نشان می‌دهد، به‌طور میانگین عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری با درآمد ثابت تفاوت معناداری با یکدیگر ندارد؛ بین عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام در اندازه بزرگ نیز تفاوت معناداری وجود ندارد، صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام بهتر از صندوق‌های سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار با درآمد ثابت عمل می‌کنند. از سوی دیگر بر اساس معیار شارپ عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام و عملکرد بازار تفاوت معناداری ندارند، ولی بر مبنای دو معیار دیگر، عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام پایین‌تر از بازار بوده است.

حاجی دولایی (۱۳۹۶) به بررسی بازار بدهی در تأمین مالی اقتصاد ایران پرداخت. او با توجه به ضرورت توسعه بازار بدهی ایران، به الزامات توسعه این بازار با توجه به تجربه کشورهای موفق اشاره کرد.

### فرضیه‌ها یا سؤالات پژوهش

با توجه به اطلاعات افشاء شده در بازار بدهی و قیمت‌های مورد معامله به نظر می‌رسد بسیاری از معاملات تنها بر اساس نرخ اسمی اوراق و در بهترین حالت با توجه به ضامن اوراق به‌عنوان عامل ریسک قیمت‌گذاری گردد. در حالی که سنجه‌های مختلف ریسک می‌توانند در انتخاب اوراق و قیمت‌گذاری صحیح آن‌ها مؤثر باشند. با توجه به پیچیدگی‌های محاسبه و عدم ارائه سنجه‌های ریسک در سایت‌های رسمی بورس اوراق بهادار تهران و نیز فرا بورس ایران، عملاً معیارهای ریسک کمتر مورد توجه می‌باشد. بدین ترتیب سؤال زیر مطرح می‌شود که در این پژوهش سعی می‌شود به آن‌ها پاسخ داده شود.

- سؤال: در بازار بدهی ایران کدام‌یک از سنجه‌های ریسک (شامل دیرش تعدیل‌شده، تحذب و بازده در معرض ریسک) معیار بهتری برای برآورد تغییرات قیمت و در نتیجه برآورد دقیق‌تری برای تعیین ریسک اوراق در شرایط معمول اقتصادی ایران است؟  
بر اساس سؤال پژوهش، فرضیه‌ای به شرح زیر مطرح می‌گردد. بررسی این فرضیه با توجه به اطلاعات محاسبه‌شده مورد آزمون قرار می‌گیرد.

- فرضیه: بازده تا سررسید در معرض ریسک نسبت به سایر سنجه‌ها (شامل دیرش تعدیل‌شده و تحذب) بر مبنای توانایی تبیین تغییرات قیمت اوراق بدهی، معیار دقیق‌تری برای تعیین ریسک اوراق است.

### روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از نوع پژوهش‌های کاربردی و پژوهشی می‌باشد که به روش پژوهش‌های کمی اجرا می‌شود. متغیرهای اصلی پژوهش شامل بازده تا سررسید، دیرش تعدیل‌شده، تحذب و بازده تا سررسید در معرض ریسک می‌باشند. بر اساس تغییرات در نرخ بازده مورد انتظار، و مقادیر به‌دست‌آمده برای دیرش تعدیل‌شده، تحذب، و بازده تا سررسید در معرض ریسک، قیمت‌های هرروز برآورد می‌گردد. سپس پیش‌بینی‌ها با مقادیر واقعی مقایسه و بهترین سنجه به لحاظ قدرت تبیین تغییرات قیمت به دلیل تغییر در بازده مشخص می‌گردد.

جامعه مورد بررسی شامل ۶۴ اوراق بدهی پذیرفته شده و سررسید نشده در بورس اوراق بهادار تهران و فرا بورس ایران شامل اوراق مرابحه، مشارکت، اجاره، گواهی سپرده، سفارش ساخت و اوراق رهنی می باشد. داده های مربوط به معاملات هر یک از اوراق از بانک اطلاعاتی سایت بورس اوراق بهادار تهران به دست آمده اند و با توجه به متفاوت بودن روز عرضه برای هر یک از اوراق در بازار، مبدأ تاریخ از ۱۸ مرداد ۱۳۹۳ برای اوراق اجاره شرکت رایان تا ۲۹ دی ۱۳۹۵ برای اوراق مرابحه سایا می باشد. با توجه به حجم نمونه مورد نیاز داده های مربوط به معاملات همه این اوراق تا تاریخ ۱۵ بهمن ماه ۱۳۹۵ مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. با نظر به نقش مهم نرم افزار اکسل در محاسبات سنجش های مختلف ریسک، و محدودیت در انجام محاسبه نرخ بازده تا سررسید توسط این نرم افزار برای اوراق با دوره پرداخت سود یک ماهه، ۷ مورد از ۶۴ مورد اوراق پذیرفته شده از بررسی ها کنار گذاشته شد. همچنین با توجه به کافی نبودن تعداد مشاهدات لازم در رابطه با ۴ ورق دیگر از اوراق، این ۴ ورقه نیز از بررسی ها کنار گذاشته شد. در نهایت جامعه مورد بررسی شامل ۵۳ ورقه بهادار با درآمد ثابت می باشد که مجموعاً شامل ۸۶۵۶ داده می شود.

### متغیرهای اصلی

متغیرهای اصلی بکار رفته در این مقاله، نتایج سنجش های معمول ریسک اوراق بهادار با درآمد ثابت، شامل تحذب و دیرش تعدیل شده در زمان های مختلف می باشد که به همراه معرفی بازده مورد انتظار تا سررسید در معرض ریسک، به لحاظ قدرت تبیین کنندگی در برآورد مناسب تر نوسانات قیمت اوراق در برابر تغییرات نرخ بازده مورد مقایسه و ارزیابی قرار می گیرند. در ادامه خلاصه ای از مبانی و نحوه محاسبه این متغیرها ارائه می شود.

### دیرش (مکالی)

مکالی (۱۹۳۸) دیرش را درصد تغییرات ارزش یا قیمت اوراق با درآمد ثابت ناشی از تغییرات جزئی در نرخ بازده تا سررسید بیان کرد. محاسبه این نسبت بر اساس میانگین وزنی جریان نقد آتی ورقه، به شرح رابطه زیر قابل انجام می باشد. به عبارتی فرمول دیرش مکالی را می توان به صورت زیر نوشت: (راعی و سعیدی، ۱۳۸۵)

$$\frac{1}{(1+\frac{yield}{k})} \left[ \frac{1 * PVCF_1 + 2 * PVCF_2 + \dots + n * PVCF_n}{k * PRICE} \right]$$

دیرش تعدیل‌شده؛ عبارت داخل کروشه در معادله فوق همان دیرش تعدیل‌شده است که در سال ۱۹۳۸ توسط مکالی فرموله شد. بنابراین فرمول دیرش تعدیل‌شده را می‌توان به صورت زیر نوشت. (راعی و سعیدی، ۱۳۸۵)

$$\text{modified duration} = \frac{\text{macaulay duration}}{\left(1 + \frac{\text{yield}}{k}\right)}$$

در مقاله حاضر نیز متغیرهای دیرش و دیرش تعدیل‌شده بر اساس معادلات فوق، برای کلیه اوراق و کلیه روزهای معامله‌شده محاسبه شده است.

قوانین دیرش به شرح زیر می‌باشند؛

- دیرش پرتفوی عبارت است از میانگین موزون دیرش پرتفوی
- دیرش اوراق کوپن صفر برابر زمان تا سررسید می‌باشد،
- هر چه نرخ کوپن بالاتر، دیرش کمتر خواهد بود و برعکس
- اوراق با زمان تا سررسید بیشتر، دیرش بزرگ‌تر خواهند داشت و برعکس هر چه دیرش افزایش یابد، ریسک قیمت اوراق نیز افزایش می‌یابد.

تخمین تقریبی تغییرات قیمت اوراق با استفاده از سنجه دیرش به شرح معادله زیر می‌باشد.

$$\Delta y \times 100 \times \text{دیرش} = - \text{تقریبی از تغییرات قیمت اوراق}$$

دیرش سنجه‌ای است که بدون توجه به کاهش یا افزایش در نرخ سود، تقریبی از تغییرات در قیمت را ارائه می‌دهد. درحالی‌که این تغییرات در دو جهت الزاماً با یکدیگر برابر نیستند. در حالت خاص، و برای تغییرات خیلی اندک در نرخ بازده، تغییرات در قیمت اوراق می‌تواند یکسان باشد ولی هنگامی که تغییرات نرخ بازده بزرگ باشد، این مسئله درست نیست. لذا مشاهده می‌شود که دیرش تنها می‌تواند تقریب مناسبی از تغییرات قیمت را برای تغییرات ناچیز در نرخ بازده به دست بدهد.

تقریب دیگری که می‌تواند دقت در تخمین تغییرات قیمت را بهبود بخشد، سنجه‌ای است به نام تحدب. این سنجه می‌تواند تقریبی از تغییرات را بدهد که دیرش نمی‌تواند آن‌ها تبیین نماید.

### تحدب

سارکار (۱۹۹۹) بیان نمود که رابطه بین قیمت و نرخ بازده یک منحنی محدب است. محاسبه و تخمین شیب این منحنی، اندازه‌گیری میزان تحدب، این امکان را فراهم می‌آورد تا برآورد از قیمت پیش‌بینی شده بهبود یابد. معادله اصلی برای محاسبه مستقیم تحدب و خلاصه‌شده آن به شرح زیر است.



$$\text{convexity} = \frac{1(2)PVCF_1 + 2(3)PVCF_2 + \dots + n(n+1)PVCF_n}{(1+y)^2 \cdot PVTCF}$$

و به طور خلاصه می توان نوشت:

$$= \frac{\sum_{t=1}^n [t(t+1)PVCF_t]}{(1+y)^2 \cdot PVTCF}$$

از طرفی می توان تغییرات قیمت اوراق را با استفاده از بسط تیلور برآورد کرد. معادله زیر سری

تیلور را نشان می دهد:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)}{2}(\Delta x)^2 + \dots$$

با جایگزین کردن قیمت پیش بینی شده اوراق، و قیمت جاری یا واقعی ورقه در سری فوق، می توان

مشتق را در نقطه ای با مشخصات زمان و بازده صفر به شرح زیر برای اوراق مورد بررسی نوشت:

$$P_1 = P_0 + P_0'(\Delta \text{ yield}) + \frac{P_0''}{2}(\Delta \text{ yield})^2 + \dots$$

برای به دست آوردن درصد تغییر در قیمت، و با استفاده از فرمول فوق می توان نوشت:

$$\frac{P - P_0}{P} = P_0' \left( \frac{1}{P_0} \right) (\Delta \text{ yeild}) + \left( \frac{P_0''}{2} \right) \left( \frac{1}{P_0} \right) (\Delta \text{ yield}^2)$$

با ساده سازی قیمت زمان صفر از صورت و مخرج کسر در سمت راست معادله فوق، خواهیم داشت:

$$\frac{P - P_0}{P} = -(\text{modified duration})(\Delta \text{ yeild}) + \left( \frac{1}{2} \right) (\text{convexity})(\Delta \text{ yield}^2)$$

در معادلات اخیر، از عبارات پس از مشتق دوم صرف نظر شده است. با استفاده از فرمول زیر

می توان مقدار تقریبی تحدب را در هر نقطه زمانی و به طور مستقیم محاسبه نمود.

$$\text{Convexity measure} = \frac{V_+ + V_- - 2V_0}{2V_0(\Delta y)^2}$$

به طوری که:

$V_+$  بیانگر قیمت اوراق در صورت افزایش نرخ بازده به میزان  $\Delta y$

$V_-$  بیانگر قیمت اوراق در صورت کاهش نرخ بازده به میزان  $\Delta y$

$V_0$  بیانگر قیمت اوراق در زمان حال

همچنین به منظور محاسبه تغییرات در قیمت اوراق در رویکرد دیرش و تحذب، تعدیل تقریبی بابت تحذب به شرح معادله زیر محاسبه و به تخمین به دست آمده از دیرش افزوده می‌شود. (راعی و سعیدی، ۱۳۸۵)

$$\text{Convexity adjustment} = \text{convexity measure} * \Delta y^2 * 100$$

در این مقاله به منظور محاسبه مقدار تحذب، با استفاده از معادله فوق و اطلاعات واقعی به دست آمده از بازار برای هر یک از روزهای معاملاتی اوراق مورد بررسی، عمل شده است.

قوانین تحذب به شرح زیر خلاصه می‌شود،

- با افزایش دیرش، تحذب با نرخ تصاعدی افزایش می‌یابد.
- افزایش زمان تا سررسید باعث افزایش تحذب می‌شود.
- در صورت ثابت ماندن زمان تا سررسید، افزایش نرخ سود باعث کاهش تحذب می‌شود
- در صورت ثابت ماندن دیرش، افزایش نرخ سود باعث افزایش تحذب می‌شود
- اوراق با سود صفر دارای حداقل تحذب است.

در مجموع با توجه به اینکه معیارهای فوق، می‌بایست به صورت تقریبی محاسبه گردد و خود نیز تقریبی از تغییرات را به دست می‌دهند (بقیه عبارت در بسط تیلور نادیده گرفته می‌شود)، شاید بتوان گفت رویکرد ارزش در معرض ریسک به لحاظ نداشتن این دو محدودیت نسبت به سنجه‌های مذکور مناسب‌تر باشد. در ادامه و بر اساس رویکرد فوق به بررسی و نحوه برآورد سنجه "بازده تا سررسید در معرض ریسک" خواهیم پرداخت.

### بازدهی تا سررسید در معرض ریسک

ریسک نامطلوب یکی از پیشرفت‌های دهه ۹۰ در خصوص سنجه‌های ریسک می‌باشد. در حقیقت مبدعان این روش رام و فرگوسن<sup>۱</sup> (۱۹۹۴) و همچنین کاپلان و سیگل<sup>۲</sup> (۱۹۹۴) بوده‌اند. ارزش در معرض ریسک از خانواده سنجه‌های ریسک نامطلوب محسوب می‌شود. این مدل یکی از شاخص‌ترین سنجه‌های ریسک در حال حاضر است که تحلیل گران مالی از آن استفاده‌های متعددی می‌کنند. در یک طبقه‌بندی کلی روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک به دو نوع پارامتریک و ناپارامتریک قابل تقسیم هستند. یکی از مدل‌های زیرمجموعه روش‌های پارامتریک، مدل‌های واریانس نرمال است که بر اساس تمایل توزیع بازده دارایی مالی به نرمال لگاریتمی از این مدل استفاده شده است. نحوه محاسبه ارزش در معرض ریسک نسبی و مطلق تحت مدل فوق به شرح معادلات زیر خواهند بود.

1 . Ram & Ferguson  
2 . Kaplan & sigle

$$VaR = 1 - e^{-(\mu - Z_{\alpha} \cdot \sigma)}$$

و ارزش در معرض ریسک مطلق عبارت است از:

$$VaR = -V_0 \cdot S_0 (1 - e^{-(\mu - Z_{\alpha} \cdot \sigma)})$$

در بررسی حاضر نیز از مدل فوق و مشخصاً از معادله نسبی به منظور محاسبه بازده تا سررسید در معرض ریسک (YaR) استفاده شده است. این معیار ریسک حداکثر زیان مورد انتظار بازدهی یک‌روزه در سطح اطمینان پیش فرض را نشان می‌دهد.

### تجزیه و تحلیل داده‌ها و آزمون فرضیه‌ها

#### ویژگی‌های توصیفی بازار بدهی

با بررسی داده‌های موجود در بازار بدهی، برخی از ویژگی‌های اصلی شامل قیمت اوراق، نرخ‌های بازده تا سررسید، دیرش تعدیل شده و تحذب به شرح نمایه زیر می‌باشد.

جدول ۱. ویژگی‌های توصیفی بازار بدهی

شرح معیار	قیمت‌ها	بازده تا سررسید	دیرش تعدیل شده	تحذب
میانگین	۱,۰۱۳,۹۹۶	۰.۲۱۲	۱.۷	۲.۱
خطای استاندارد	۲۷۹	.	۰	۰.۱
میانه	۱,۰۰۴,۵۰۱	۰.۲۱۵	۱.۷	۲
مد	۱,۰۰۰,۰۰۰	۰.۲۱۶	۱.۶	۲.۲
انحراف معیار	۲۵۹۵۰	۰.۰۲۲	۰.۶	۵.۴
کشیدگی	۳.۱	۱۲.۹۵	-۰.۲۶	۷۴۶,۰۹۱
چولگی	۰.۵۸	-۲.۲۹	-۰.۴۲	۸,۳۸۷
دامنه تغییرات	۳۴۱,۱۰۰	۰.۳۴۱	۳	۴۸۱
کمترین	۷۹۴,۵۷۸	۰.۰۱۷	۰.۱۱	۰
بیشترین	۱,۱۳۵,۶۷۸	۰.۳۵۷	۳	۴۸۱
تعداد مشاهدات	۸,۶۵۶	۸,۴۷۷	۸,۴۷۷	۸,۴۷۷

نمایه فوق نشان می‌دهد نرخ بازده تا سررسید بازار طی دوره مورد بررسی معادل ۲۱/۲ درصد، دیرش تعدیل شده معادل ۱/۷ و تحذب برابر با ۲/۱ برای کلیه اوراق می‌باشد. دامنه تغییرات و انحراف معیار قیمت‌ها، به ترتیب معادل ۳۴۱,۱۰۰ و ۲۵,۹۵۰ ریال است.

**رویکرد بازده در معرض ریسک؛ بهترین سنجه ریسک اوراق با درآمد ثابت**

با محاسبه هر یک از سنجه‌های ریسک شامل دیرش تعدیل‌شده، تحذب و بازده تا سررسید در معرض ریسک، مدل رگرسیون برای هر سنجه بین قیمت واقعی  $t$  و معیار سنجش ریسک  $t-1$  برازش کردیم. معیار تصمیم‌گیری برای یافتن بهترین سنجه ریسک ضریب تعیین می‌باشد. برای بررسی اثر ثابت یا تصادفی بودن هر مدل از آزمون چاو و هاسمن استفاده نمودیم که بر اساس نتایج، مدل دیرش تعدیل‌شده و مدل تحذب اثر ثابت و مدل بازدهی در معرض ریسک اثر تصادفی است.

**جدول ۲. نتایج آزمون چاو برای بررسی اثرات ثابت یا تصادفی**

مدل دیرش تعدیل‌شده	مدل دیرش-تحذب	مدل بازده در معرض ریسک	
۷۵.۴۶	۷۵.۳۳	۵۱.۸۳	آزمون F
۰	۰	۰	prob>F

**نتایج آزمون هاسمن برای بررسی اثرات ثابت یا تصادفی**

مدل دیرش تعدیل‌شده	مدل دیرش-تحذب	مدل بازده در معرض ریسک	
۲۲.۶۱	۲۲.۴۵	۰	خی دو
۰	۰	۰.۹۵۴۱	Prob>chi ۲

**جدول ۳. نتایج مدل‌های رگرسیون برای کل داده‌ها به شرح زیر است:**

برآوردهای مدل			
مدل دیرش تعدیل‌شده	ضریب	t	خطای استاندارد
دیرش تعدیل‌شده	-۱۳۷۹۸.۸۴	-۱۷.۶	۷۸۴.۱۶
عرض از مبدأ	۱۰۳۷۳۴۹	۷۶۹.۶۲	۱۳۴۷.۸۷
مدل تحذب	ضریب	t	خطای استاندارد
دیرش	-۱۳۷۷۲	-۱۷.۵۶	۷۸۴.۴۶
تحذب	۳.۴۵E-۱۱	-۱.۱۷	۲.۷۶E-۱۱
عرض از مبدأ	۱۰۳۷۳۰۹	۷۶۹.۳۷	۱۳۴۸.۲۶۵
مدل بازده در معرض ریسک	ضریب	t	خطای استاندارد
بازده در معرض ریسک	۳۱۷۲۱۹.۱	۳.۹۳	۸۰۶۹۵.۵۳
عرض از مبدأ	۱۰۱۵۶۵۱	۲۱۱۵.۰۵	۴۸۰.۲

مدل دیرش تعدیل شده	مدل دیرش-تحدب	مدل بازده در معرض ریسک	دوره
۱۳۹۲-۱۳۹۶	۱۳۹۲-۱۳۹۶	۱۳۹۲-۱۳۹۶	تعداد مشاهدات
۴۸۳۹	۴۸۳۹	۴۸۳۹	R <sup>2</sup>
۰.۰۰۰۰۴	۰.۰۰۰۱۲	۰.۰۰۸۸۴	همبستگی جزئی
-۰.۳۹۹۱	-۰.۳۹۷۴	۰.۳۵۳۷	F
۳۰۹.۶۵	۱۵۵.۵۲	۱۵.۴۵	Prob>F
۰	۰	۰.۰۰۰۰۱	

با انجام آزمون‌های فرض رگرسیون مشکلی در مدل‌های برازش شده مشاهده نشد. نتایج آزمون ناهمسانی واریانس در جدول زیر ارائه شده است.

#### جدول ۵. نتایج آزمون ناهمسانی واریانس

مدل دیرش تعدیل شده	مدل دیرش-تحدب	مدل بازده در معرض ریسک	
۱۶۳۲۸.۶۷	۱۶۳۲۹.۷۴	۱۶۳۲۵.۴۵	خی دو
۰	۰	۰	Prob>chi ۲

یکی دیگر از فروض رگرسیون عدم وجود خودهمبستگی بین پسماندهای مدل است که نتایج آزمون این فرض با استفاده از آماره دوربین واتسون در جدول زیر ارائه شده است.

#### جدول ۶. نتایج آزمون همبستگی

مدل دیرش تعدیل شده	مدل دیرش-تحدب	مدل بازده در معرض ریسک	
۱.۶۸۳۸	۱.۸۲۲۴	۱.۵۹۹۳	دوربین واتسون

بر اساس یک قاعده سرانگشتی وقتی مقدار این آماره بین ۱/۵ تا ۲/۵ است فرض عدم وجود خودهمبستگی پسماندهای مدل رد نمی‌شود. (افلاطونی، ۱۳۹۵)

همانطور که مشاهده می‌شود با توجه به ضریب تعیین، رویکرد بازدهی در معرض ریسک توانسته در بین سه سنجه مورد بررسی بهترین قدرت پیش‌بینی یا به عبارتی بهترین قدرت تبیین‌کنندگی تغییرات قیمت اوراق با درآمد ثابت را در برابر تغییرات نرخ بازده ارائه نماید. در رده بعدی معیار دیرش و تحذب می‌باشد.

اگرچه اعداد به دست آمده برای ضریب تعیین کوچک است اما با توجه به پژوهش‌های مالی مشابه و این موضوع که علاوه بر عامل مهم ریسک عوامل اقتصادی بسیار دیگری نیز در تعیین قیمت یک ورقه بدهی تأثیرگذار می‌باشند این نتیجه خیلی دور از انتظار نیست. به علاوه در علم اقتصاد و مالی با توجه به ثابت نبودن شرایط و زمان در بازارهای مختلف و رفتارهای متفاوت و گاهی غیر عقلایی سرمایه‌گذاران، عدم وجود قوانین فراگیر و به دست آوردن ضرایب تعیین کوچک امری طبیعی محسوب می‌گردد.

### نتیجه‌گیری و بحث

متغیرهای ریسک و بازده، دو متغیری هستند که باید در کنار یکدیگر مورد توجه قرار گیرند. مشارکت‌کنندگان بازار در اولین مواجهه با هرگونه ورقه بهادار از سطح ریسک آن می‌پرسند. به نظر می‌رسد امروزه سرمایه‌گذاران چندان به متغیر ریسک در کنار بازدهی توجه نمی‌کنند (ادوین و التون<sup>۱</sup>، ۲۰۱۴). این مسئله کلیه افراد و مشارکت‌کنندگان، از جمله دارندگان اوراق بهادار با درآمد ثابت را نیز شامل می‌شود. در این متن به بررسی سنجه‌های تعیین ریسک اوراق بهادار با درآمد ثابت پرداخته شد. برای محاسبه دیرش با در دست داشتن سایر متغیرهای لازم از نرم‌افزار اکسل به راحتی می‌توان استفاده نمود. اما محاسبه تحذب روزانه، پیچیدگی‌های خاص خود را داشته و نیاز است از فرمول تقریبی ارائه شده در متن، استفاده نمود. در مدل دیرش و تحذب با افزودن تعدیل ناشی از تحذب به تخمین حاصل از سنجه دیرش، تخمین بهتری از قیمت آتی اوراق می‌توان به دست آورد. ارزش در معرض ریسک نیز معیاری شناخته شده برای تعیین حداکثر حد زیان در زمان و سطح اطمینان مورد نظر است؛ با توجه به اطلاعات در دسترس ما از معیاری معادل بارزش در معرض ریسک یعنی بازده تا سررسید در معرض ریسک به عنوان سنجه ریسک استفاده نمودیم.

عوامل مختلفی در پیش‌بینی قیمت‌های اوراق با درآمد ثابت تأثیرگذارند. تغییرات نرخ سود، قیمت امروز ورقه بهادار و معیار ریسک آن، تأثیرگذارترین عوامل هستند. این پژوهش به تجزیه و تحلیل یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار، یعنی معیار ریسک برای تخمین قیمت‌ها پرداخت و بهترین عامل را بین همه معیارها پیدا کرد. از آنجاکه ریسک یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در تعیین قیمت یک ورقه بدهی است ما توانایی تخمین قیمت را عامل ترجیح معیارهای ریسک در این پژوهش قرار دادیم. از بین سنجه‌های مهم شامل دیرش تعدیل‌شده، تحذب، و بازده تا سررسید در معرض ریسک، رویکرد بازده تا سررسید در معرض ریسک دارای قابلیت بهتری در تبیین تغییرات قیمت‌ها نسبت به سایر سنجه‌ها می‌باشد. با توجه به این که این نتایج از داده‌های سال‌های ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۵ بازار بدهی در شرایطی که اقتصاد داخلی ایران به دور از نوسانات بالای شاخص‌های اقتصادی و در حالت معمول قرار داشت به دست آمده است به نظر می‌رسد تعمیم آن به شرایط بی‌ثبات و متفاوت اقتصادی نیازمند بازنگری باشد.

از آنجاکه بخش قابل توجهی از سبد سرمایه‌گذاری نهادهای بزرگ کشور همچون صندوق بازنشستگی کشوری و البته دیگر صندوق‌های سرمایه‌گذاری نهادهای فعال در بازارهای مالی همچون صندوق‌های سرمایه‌گذاری شرکت‌های تأمین سرمایه، کارگزاری‌ها و مشاورین سرمایه‌گذاری را اوراق با درآمد ثابت تشکیل می‌دهند توجه به معیارهای ریسک این اوراق و انتخاب بهترین معیار یکی از مهم‌ترین وظایف کارشناسان این نهادها در تشکیل سبدهای سرمایه‌گذاری و تحلیل ریسک و اصلاح سبدهای موجود می‌باشد. در کنار نهادهای حقوقی افراد حقیقی نیز اگر اجازه خرید اوراق با درآمد ثابت منتشرشده را داشته باشند می‌توانند از نتایج این پژوهش برای انتخاب بهترین معیار ریسک در تحلیل خود استفاده کنند و این نتایج برای سرمایه‌گذاران بالفعل و بالقوه بازار بدهی سودمند است. علاوه بر سرمایه‌گذاران، دیگر نهادهایی که معیار ریسک در تصمیم‌گیری‌ها و ارزیابی آن‌ها تأثیرگذار است همچون منتشرکنندگان اوراق، دولت و همچنین نهادهای قانون‌گذار نیز می‌توانند از این نتایج استفاده کنند.

اگرچه مقایسه سنجه‌های ریسک در سهام شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران در برخی پژوهش‌های داخلی صورت گرفته است اما مقایسه سنجه‌های ریسک در بازار بدهی ایران بی‌سابقه است و نمی‌توان نتایج آن را با پژوهش‌های قبلی مقایسه نمود. این پژوهش می‌تواند شروعی برای توجه هر چه بیشتر فعالین بازار بدهی ایران به معیارهای ریسک و استفاده از آن‌ها برای قیمت‌گذاری

و همچنین کمک به پژوهش‌های آینده باشد. در ادامه برخی پیشنهاد‌های راهبردی و سیاستی ارائه می‌گردد:

- ۱- بازار بدهی نقش مهمی در تأمین مالی اقتصاد کشور ایفا می‌کند. از آنجاکه ریسک‌های متفاوتی این بازار را تحت تأثیر قرار می‌دهند مؤسسات رتبه‌بندی می‌توانند در شفاف‌سازی این ریسک‌ها نقش کاربردی ایفا کنند. بسترسازی برای حضور هر چه بیشتر شرکت‌های رتبه‌بندی و پشتیبانی آن‌ها گام بلندی در تحقق این مسیر است. در سال‌های اخیر با توجه به قانون مصوب برخی از این مؤسسات همچون شرکت رتبه‌بندی برهان مجاز به انجام فعالیت در این زمینه شده‌اند. امید است که در ادامه مؤسسات دیگری در این مسیر راه‌اندازی و پشتیبانی گردند.
- ۲- در پایگاه‌های اطلاعاتی در دسترس همچون سایت فرا بورس ایران در کنار معیار بازده تا سررسید اوراق معیارهای ریسک نیز همچون دیرش، تحذب و بازده تا سررسید در معرض ریسک نیز برای اطلاع سرمایه‌گذاران و تحلیل‌گران مالی ارائه گردد.
- ۳- دامنه تغییرات قیمت اوراق بر اساس حجم معاملات تعیین گردد تا با توجه به اثرگذاری فراوان تغییرات قیمت یک ورقه در یک روز بر عملکرد صندوق‌ها، نسبت‌های صندوق‌ها تحت تأثیر شدید قرار نگیرند.



## منابع

- راعی، رضا و سعیدی، علی. (۱۳۸۵). «مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک». انتشارات سمت. پاییز ۱۳۸۵، ویرایش دوم صص ۷۵-۹۳
- سعیدی، علی. صفدری پور، اعظم. ۱۳۸۷. «ارزیابی مقایسه‌ای عملکرد معیارهای ریسک نامطلوب و عملکرد معیارهای متعارف ریسک در پیش‌بینی میانگین بازده سهام بورس اوراق بهادار تهران». فصلنامه بورس اوراق بهادار. سال اول. شماره ۴. زمستان ۸۷ صص ۱۵-۲۳
- افلاطونی، عباس. (۱۳۹۵). «تحلیل آماری در پژوهش‌های مالی و حسابداری با نرم افزار استاتا». انتشارات ترمه
- حاجی دولایی، هدی. (۱۳۹۶). «افزایش سهم بازار بدهی در تأمین مالی اقتصاد ایران؛ فرصت‌ها، تهدیدها». فصلنامه روند، سال بیست و چهارم، شماره ۸۰، زمستان ۱۳۹۶، صص ۱۰-۱۵
- بیات، سعید؛ میثمی، حسن و کرمی، هومن. (۱۳۹۵). «آسیب‌شناسی بازار اوراق بدهی دولتی و ارائه راهکارهای تعمیق آن در ایران». بیست و ششمین همایش سالانه سیاست‌های پولی و ارزی. صص ۲-۷
- عابدی، اکرم. (۱۳۹۴). «مروری بر بازار بدهی ایران و جهان». اتاق بازرگانی، صنایع، معادن و کشاورزی تهران
- Bams, D., Blanchard, G., & Lehner, T. (2017). Volatility measures and Value-at-Risk. *International Journal of Forecasting*, 33(4), 848-863.
- Chen, Y., Wang, Z., & Zhang, Z. (2019). Mark to market value at risk. *Journal of Econometrics*, 208(1), 299-321.
- Dierkes, T., & Ortman, K. M. (2015). On the efficient utilisation of duration, Insurance. *Mathematics and Economics*, 60(1), 29-37.
- Halkos, G. E., & Tsirivis, A. S. (2019). Value-at-risk methodologies for effective energy portfolio risk management. *Economic Analysis and Policy*, 197-212.
- Shaffer, S. (2007). Equity duration and convexity when firms can fail or stagnate. *Finance Research Letters*, 4, 233-241.
- Chertok, D. L. (2012). Practical yield, price, duration and convexity approximations. *SSRN*, 7, 12-36.
- Conroy, R. M. Duration and Convexity. *University of Virginia*.
- Elton, E. J. et al. (2014). Modern portfolio theory and investment analysis (9th ed.). Wiley.
- Fabozzi., F. J., & Leibowitz, M. L. (2007). Fixed income analysis (2<sup>nd</sup> ed.). Wiley.

- Fabozzi, F. J., & Mann, S. V. (2005). The handbook of fixed income securities (7<sup>th</sup> ed.). McGraw-Hill.
- Kaplan, S. (2012). *CFA 2012 Fixed Income, Derivatives, and Alternative Investments; Level 1 Book 5 for the CFA Exam*.
- Lacey, N. J., & Nawalkha, S. K. (1993). Convexity, risk, and returns. *SSRN*, 5-36.
- Hoseini, M. (2015). Mutual Funds performance analysis. *Civilica*, 4-12. [https://www.civilica.com/Paper-IUMC01-IUMC01\\_124.html](https://www.civilica.com/Paper-IUMC01-IUMC01_124.html) (In Persian)
- Pobukadee, J., & Sakulsrivichai, P. (2013). Bond portfolio and risk management. *Information Technology and Innovation, The Thai Bond Dealing Centre*.
- Bajo, E., Barbia, M., & Hillier, D. (2013). Interest rate risk estimation: A new durationbased approach. *Applied Economics*, 45, 2697-2704.
- Bierwag, G. O., & Fooladi, I. J. (2006). Duration analysis: An historical perspective. *Journal of Applied Finance*, 16-17.
- Fisher, L., & Weil, R. L. (1971). Coping with the risk of market-rate fluctuations. *The Journal of Business*, 44(4), 225-390.
- Bus, J., & Hicks, J. R. (1939). *Value and capital*. Second Edition, Oxford, England: Clarendon Press.
- Livingston, M., & Zhou, L. (2005). Exponential duration: A more accurate estimation of annuities and assurances. *Journal of Financial Research*, 28(3), 343-361.
- Macauley, F. R. (1938). Some theoretical problems suggested by the movements in interest rate risk. *Journal of Financial Services Research*, 28, 343-361.
- Torabi, T. et al. (2015). Interest rate of the securities with fixed-income in Iran. *Journal of Investment Science*, 4(15). (In Persian)
- Zipf, R. (2003). *Fixed Income Mathematics*. Academic Press.
- Sarkar, S. (1999). Duration and convexity of zero coupon convertible bonds. *Journal of Economics and Business*, 175-192.