The effect of roughness of self-similar fractal surfaces on the real contact area, effective interfacial energy and adhesion

M. Sedighiatar[1]*, A. Masoudi[1]

Submit Date: 2018.11.17
Revise Date: 2018.06.13
Accept Date: 2019.02.16

Abstract
Effective interfacial energy and the real contact area, between a hard substrate and a rough elastic solid when both rough surfaces are self-similar fractals, are investigated using Persson's theory of contact mechanics and its extension for two rough surfaces. In addition, the effect of different Hurst exponents on elastic solids and the presence of non-zero compressive stress about 11 GPa has been investigated. Our purpose is to compare the difference and variations of adhesion and the effective contact area of the self-similar fractal surfaces with the self-affine fractal surfaces. By solving the equations numerically, it is determined that the observed effects on the self-affine fractal surfaces are also observed in this case, and effective interfacial energy, contact area and adhesion in a roughness amplitude larger than the self-affine fractal surfaces are disappeared. Finally, by applying non-zero compressive stress, the surfaces remain in contact, and increasing the roughness will not eliminate the contact area.

Keywords: Adhesion, Self-similar fractal, Roughness, Interfacial energy, Correlation.

---

[1] Department of Physics of Alzahra University
* Corresponding author: mansourehseddighi@gmail.com
https://jap.alzahra.ac.ir/

مجلهٔ فیزیک کاربردی دانشگاه الزهرا(س)
سال هشتم، پیاپی ۱۴، بهار و تابستان ۱۳۹۷

اثر زبری سطوح فرکتالی خودمتشابه بر سطح تماس حقیقی و انرژی بین مرزی مؤثر و چسبندگی[۱]

منصوره صدیقی عطار[۲]*، امیر علی مسعودی[۳]

تاریخ ارسال: ۱۳۹۶/۰۸/۲۶
تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۰۳/۲۳
تاریخ تصویب: ۱۳۹۷/۱۱/۲۷

چکیده

انرژی بین مرزی مؤثر سطح و سطح تماس حقیقی برای تماس بین زیرلایهٔ سخت و جامد کشسان زبر در حالتی که هر دو سطح زبر فرکتال خودمتشابه هستند، با به کارگیری تئوری مکانیک تماسی پرسون و بسط آن برای دو سطح زبر در تماس با هم تحقیق شده است. به‌علاوه، اثر نماهای هارست متفاوت برای جامد کشسان و وجود تنش فشرده‌کنندهٔ غیرصفر در حدود $1GPa$ در این کار بررسی شده است. هدف ما در این پژوهش، مقایسهٔ تفاوت و تغییرات چسبندگی و سطح تماس مؤثر سطوح فرکتالی خودمتشابه با سطوح فرکتالی خودمتناسب است. با حل تحلیلی معادلات و محاسبات عددی مشخص می‌شود که آثار مشاهده‌شده در سطوح فرکتالی خودمتناسب، در این حالت نیز مشاهده می‌شود و انرژی بین مرزی مؤثر وسطح تماس مؤثر و چسبندگی در دامنهٔ زبری بزرگتری نسبت به

---

[۱] شناسه دیجیتال (DOI): 10.22051/jap.2019.18109.1086

[۲] کارشناس ارشد فیزیک، دانشگاه الزهرا (نویسنده مسئول)؛ mansourehseddighi@gmail.com

[۳] استاد فیزیک، دانشگاه الزهرا.

سطوح فرکتالی خودمتناسب از بین می‌رودو با اعمال تنش فشرده کنندهٔ غیرصفر سطوح در تماس با یکدیگر باقی می‌مانند و افزایش زبری، سطح تماس را از بین نخواهد برد.

واژه‌های کلیدی: چسبندگی، فرکتال خودمتشابه ، زبری، انرژی بین مرزی، همبستگی.

۱. مقدمه

امروزه تجهیزات میکرو ـ و نانوـالکترومکانیکی و تولید میکروماشین‌ها و ساختارهای میکروماشینی معلق مانند صفحات و میله‌های مورد استفاده در ساخت حسگرهای شتاب‌دهنده توجه بسیاری را به خود معطوف کرده است. در تکامل چنین تجهیزاتی مهم‌ترین فاکتورْ چسبندگی و به هنگام لغزش، اصطکاک و سایش بین سطوح است که خود متأثر از چسبندگی است [۱ـ۶].بنابراین، مطالعات بسیاری بر روی چسبندگی [۷ـ۱۱]،اثرات دمایی و زبری بر چسبندگی در تماس بین اجسام کشسان [۱۲]،وابستگی سطح تماس و چسبندگی به فشار [۱۳]،رابطهٔ فشار و توزیع‌های سطح تماس با بزرگ‌نمایی [۱۴]، تأثیر زبری سطح در چسبندگی اجسام مایع با رویکرد ورود لوبریکانت مایع [۱۵]، مطالعات عددی چسبندگی [۱۶ـ۱۸]و اثرات جفت‌شدگی بین سطوح زبر [۱۹] انجام شده است. زبری سطح از جمله مهم‌ترین عواملی است که چسبندگی را کنترل می کند، بدین سبب که زبری سطح مساحت تماس حقیقی را بین سطوح کاهش می‌دهد و هر قدر مساحت تماس کمتر باشد، برهمکنش‌ها و نیروی چسبندگی کمتر است [۲۰، ۲۱].کلی‌ترین تئوری مکانیک تماسی توسط پرسون ارائه شده است. او تمام مقیاس‌های طولی زبری سطح را در محاسبات وارد می کند [۷ـ۱۲] ونتایج ومحاسبات رابرای تماس بین دو جسم،یکی با سطح صاف و دیگری با سطح زبر نامنظم (معمولاً ازنوع فرکتال خودمتناسب) ارائه می‌دهد. در کار دیگری [۱۹] بسطی برای تئوری پرسون در نظر گرفته می‌شود و هر دو سطح زبر و فرکتال خودمتناسب فرض می‌شوند. در این مقاله، یکی از سطوح را فرکتال خودمتشابه و دیگری را فرکتال خودمتناسب در نظر می گیریم و محاسبات و نتایج مربوط به چسبندگی(انرژی بین مرزی مؤثر) و سطح تماس حقیقی را برای این حالت ارائه می‌دهیم. درتئوری پرسون مهم است که به مقیاس طولی خاصی محدود نشویم. سطوحْزبر نامنظم فرض می‌شوند و ناهمواری‌ها با تابع طیفی نمایی زبری سطح $C(q)$ از مرجع [۲۲]توصیف می‌شوند و سطح با بردارهای موج زبری سطح q توصیف می‌شوند که متناسب با

$q_L = 2\pi/L$ هستند. فرض می‌شودکه جسم کشسانبر روی تمام مساحت تماس ظاهری با زیرلایه در تماس مستقیم است. انرژی بین مرزی مؤثرعبارت است از

$$\frac{\gamma_{eff}(q_L)}{\Delta\gamma} = \frac{P(q_a)}{P(q_L)}\int_0^{\infty} dx(1+\xi^2 x)^{1/2}e^{-x} \; - \; \frac{2\pi}{\delta}\frac{1}{P(q_L)}\int_{q_L}^{q_a} dq q^2 P(q)C(q) \tag{1}$$

$$C(q) = \frac{h_{rms}^2 \xi'^2}{2\pi(1+\frac{q^2\xi'^2}{2H})^{1+H}} \tag{2}$$

جملهٔ اول معادلهٔ (۱) مربوط به انرژی چسبندگی و جملهٔ دوم انرژی کشسانی است و سطح تماس حقیقی $P(\zeta)$از حل معادلهٔ انتگرالی زیر به‌دست می‌آید که معادلهٔ ولترای نوع اولاست [۲۳] و به روش معکوس ماتریس به‌صورت عددی حل می‌شود،

$$\exp\left\{-\frac{[\sigma_a(\zeta)+\sigma_0]^2}{4a(\zeta)}\right\} = \int_1^{\zeta} d\zeta' S(\zeta')\left[\frac{a(\zeta)}{a(\zeta)-\mathrm{a}(\zeta')}\right]^{\frac{1}{2}} \times \exp\left\{-\frac{[\sigma_a(\zeta)-\sigma_a(\zeta')]^2}{4[a(\zeta)-a(\zeta')]}\right\} \tag{3}$$

$$P(\zeta) = \int_1^{\zeta} d\zeta' S(\zeta') \tag{4}$$

۲. روش کار

در این مقاله، ما از تئوری مکانیک تماسی پرسون و بسط آن برای دو سطح زبر [۷ـ۱۲، ۱۹] استفاده می‌کنیم و در محاسبات تابع طیفی نمایی زبری سطح معرفی‌شده در مرجع [۲۲] را به‌کار برده‌ایم. بررسی‌ها برای سطوح فرکتالی خودمتشابه انجام شده است. با توجه به تعریف سطوح فرکتال خودمتناسب و خودمتشابه از کتاب مفاهیم فرکتالی در رشد سطوح [۲۴]، تفاوت سطوح فرکتال خودمتشابه و خودمتناسب در نمای زبری H است که برای سطوح فرکتالی خودمتناسب $0 < H < 1$ و برای سطوح فرکتالی خودمتشابه $H = 1$ است. محاسبات برای سطوح فرکتالی خودمتشابه و تماس بین یک سطح خودمتشابه و یک سطح خودمتناسب به‌صورت تحلیلی و عددی انجام شده است و برای محاسبات عددی از روش معکوس ماتریس استفاده شده است.

۳. حل تحلیلی

در روابطمذکور، تابع طیفی نمایی زبری برای فرکتال‌هامعرفی شده است.پس از حل معادلات بالا با استفاده از تابع طیفی نمایی زبری از رابطهٔ ۲، به‌دست می‌آید،

$$\xi^2 = h_{rms}^2\left[\frac{-1}{2}\frac{(\xi'^2 q^2 + 2H)(\xi'^2 q^2 + 2)}{\xi'^2(H-1)\left(\frac{1}{2}\frac{\xi'^2 q^2 + 2H}{H}\right)^{1+H}}\right] \tag{5}$$

$$U_{el} = \frac{2\, h_{rms}^2}{\pi \xi'^2}\left[\frac{1}{4}\xi'^2\, 2\sqrt{2}\, \arctan\left(\frac{1}{2}\xi'^2\, 2\sqrt{2}\right) - \frac{1}{2}\frac{q\xi'^2}{q^2\xi'^2 + 2}\right] \tag{6}$$

$$a(\zeta) = \left(\frac{E^2 q_L^2 \xi'^2}{8(1-\nu^2)^2}\right)\left[(h_1^2)\ \mathrm{I}\ + (h_2^2)\ \mathrm{II}\ - 2\eta h_1 h_2\ \mathrm{III}\right] \tag{7}$$

که در رابطهٔ بالا بخش‌های I و II و III به‌صورت زیر است

$$\mathrm{I}\ = \int \frac{\zeta^{\,3}}{(1+\frac{q_L^2\xi'^2}{2H_1}\ \zeta^{\,2})^{1+H_1}} d\zeta\ ,\quad \mathrm{II}\ = \int \frac{\zeta^{\,3}}{(1+\frac{q_L^2\xi'^2}{2H_2}\ \zeta^{\,2})^{1+H_2}} d\zeta$$

$$\mathrm{III} = \int \frac{\zeta^{\,3}}{\left[\left(1+\frac{q_L^2\xi'^2}{2H_1}\ \zeta^{\,2}\right)^{1+H_1}\left(1+\frac{q_L^2\xi'^2}{2H_2}\ \zeta^{\,2}\right)^{1+H_2}\right]^{\frac{1}{2}}} d\zeta$$

محاسبهٔ I و II مانند یکدیگر است،

$$\mathrm{I}\,,\,\mathrm{II}\ = \left(\frac{-1}{2}\right)\left[\frac{\left(q_L^2\xi'^2\ \zeta^{\,2} + 2H\right)\left(q_L^2\xi'^2\ \zeta^{\,2} + 2\right)}{q_L^4\xi'^4(H-1)\left(\frac{1}{2}\frac{q_L^2\xi'^2\ \zeta^{\,2}+2H}{H}\right)^{1+H}}\right]$$

برای محاسبهٔ III با در نظر گرفتن $H_1 = 1$ برای فرکتال خودمتشابه و $\mathrm{a} = (q_L^2\xi'^2)/2$ می‌توان نوشت

$$\mathrm{III} = \frac{1}{a}\left(\frac{H_2}{a}\right)^{\frac{1+H_2}{2}}\left[\frac{L^{1-H_2}}{1-H_2} - \left(\frac{1}{a}\right)L\left(\frac{aL^2}{H_2-1} - 1\right) \times \frac{hypergeom\left(\left[1,\frac{1-H_2}{2}\right],\frac{3-H_2}{2},\frac{aL^2}{H_2-1}\right)}{(H_2-1)\left(L^{2+H_2} - \frac{L^{H_2(H_2-1)}}{a}\right)}\right]$$

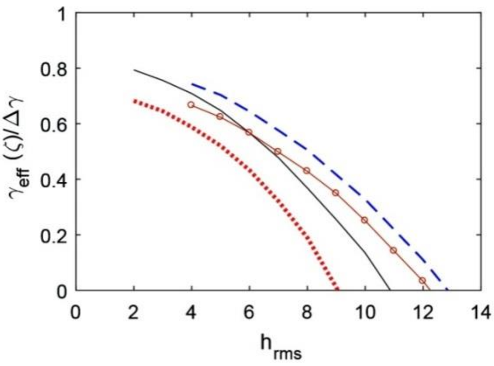
در این رابطه، L به این صورت است

$$L = (\ \zeta^{\,2} + \frac{H_2}{a})^{1/2}$$

٤. نتایج عددی

به منظور مقایسهٔ نتایج حاصل از دو سطح فرکتالی خودمتناسب با دو سطح خودمتشابه از مقادیر استفاده‌شده در مراجع[۹، ۱۹]استفاده کرده‌ایم. در محاسبات، پهنای جامد کشسان و زیرلایه را یکسان در نظر گرفتیم. Lاندازهٔ خطی یا پهنای جامدکشسان و زیرلایهٔ سخت و a ثابت شبکه است، a=2.6 Å و L=1331.2 Å. E مدول کشسانی، νنسبت پواسون،Δγتغییر در انرژی بین مرزی به‌ازای واحد سطح تماس برای سطح صاف و δطول چسبندگی برای جسم جامد کشسان به این صورت است:$\Delta\gamma$=100 meV/Å²، ν= 0.42، δ =0.68 Å ، E=77.2 GPa و نیز در محاسبات h_{rms} جذر میانگین مربعی زبری را نشان می‌دهد.شکل ۱ انرژی بین مرزی مؤثر γ_{eff} بر انرژی بین مرزی Δγ برای سطوح صاف بر حسب جذر میانگین مربعی زبریزیرلایه نشان می‌دهد که از تئوری مکانیک تماسی پرسون به‌دست آمده است.در اینجا برای تماس کامل، هر دو سطح زبر هستند و سطوح در حالت بدون همبستگی η =0 بررسی شده‌اند. نمودار انرژی بین مرزی برحسب جذر میانگین مربعی زبری زیرلایهٔ دو سطح خودمتناسب با نمای هورست $H_{1,2} = 0.8$ به صورت نقطه

چین نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در این حالت، انرژی چسبندگی در زبری کمتری از بین می‌رود. منحنی پیوسته، برای حالتی که زیرلایۀ فرکتال خودمتناسب و جامد کشسان فرکتال خودمتشابه است،مربوط به نمای هورست $H_2 = 1$ و $H_1 = 0.8$ می‌شود.منحنی دایره‌دار حالت $H_2 = 0.8$ و $H_1 = 1$ را نشان می‌دهد که سطح زیرلایۀ فرکتال خودمتشابه و بلوک کشسان فرکتال خودمتناسب است و انرژی بین مرزی این حالت بیش از دو حالت قبل است. منحنی خط‌چین دارای نماهای هورست $H_{1,2} = 1$ مربوط به زیرلایه و جامد کشسانخودمتشابه است و انرژی بین مرزی مؤثر در اینحالتدارای بیشترین مقدار است.

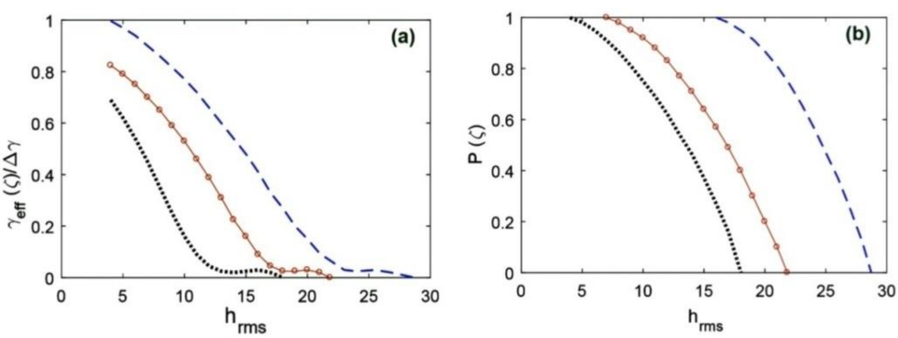


شکل ۱. انرژی بین مرزی مؤثر بر حسب زبری زیرلایه در حالت تماس کامل.

این امر احتمالاً به این علت رخ می‌دهد که فرکتال خودمتشابه سطحی همسانگرد است و دامنۀزبریکوچکتری نسبت به فرکتال خودمتشابه دارد، زبری این سطوح افت‌وخیز کمتری دارد،سطوح هموارتر هستند و در این حالت مساحت تماس بین دو سطح بیشتر از سطوح فرکتالی خودمتناسب است و بنابراین چسبندگی بین سطوح افزایش می‌یابداما در حقیقت سطوح به واسطۀ زبری با یکدیگر تماس جزئی برقرار می‌کنند و نواحی تماس به‌صورت حوزه‌های کوچکی هستند که در برابر یکدیگر فشرده می‌شوند.

در شکل ۲ انرژی بین مرزی مؤثر سطح و مساحت تماس حقیقی برای زیرلایه و جامد کشسان خودمتشابه، برای تماس جزئی در حالت‌های زیر نشان داده شده است.منحنی دایره‌دار دو سطح مستقل از هم$\eta =0$ ، منحنی آبی $\eta =+1$ یعنی دو سطح جفت‌شدگی کاملاً مثبت دارند و منحنی نقطه‌چین جفت‌شدگی کاملاً منفی$\eta = -1$ را نشان می‌دهد. جذر میانگین مربعی زبری جامد کشسان را ۶ Å در نظر گرفته و برای زیرلایه از ۱ Å آن را تغییر می‌دهیم تا جایی که مساحت تماس

صفر شود. از منحنی‌ها مشخص می‌شود که وقتی دو سطح زبر جفت‌شدگی منفی دارند، انرژی بین مرزی و مساحت تماس کمترین مقدار و زمانی که جفت‌شدگی مثبت است، بیشترین مقدار را نسبت به حالت بدون جفت‌شدگی دارند که درتوافق با بررسی انجام‌شده در کار تحقیقاتی [۱۹]است. به نظر می‌رسد این اثر به دلیل تغییرات سطح تماس بین دو جامد باشد. یعنی در جفت‌شدگی مثبت، برآمدگی‌های یک جامد در تماس با فرورفتگی‌های جامد دیگر قرار می‌گیرد و دو سطح کاملاً با یکدیگر جفت شده و در نتیجه سطح تماس افزایش می‌یابد. در نتیجه، سهم انرژی چسبندگی بیشتر از سهم انرژی کشسانیمی‌شود و بنابراین انرژی بین مرزی مؤثر سطوح افزایش می‌یابد. این استدلال برای سطوحی با جفت‌شدگی منفی به همین ترتیب اعمال می‌شود، با این تفاوت که در جفت‌شدگی کاملاً منفی، نوک ناهمواری‌ها در برابر یکدیگر قرار می‌گیرد و سطح تماس کاهش می‌یابد.



شکل ۲ (a) انرژی بین مرزی مؤثر γ_{eff} بر انرژی بین مرزی $\Delta\gamma$ برای سطوح صاف و (b) مساحت تماس حقیقی بر حسب جذر میانگین مربعی زبری زیرلایه برای دو سطح فرکتالی خودمتشابه به‌دست‌آمده از تئوری مکانیک تماسی پرسون.

در شکل۳ (a) مقایسهٔ تفاوت انرژی بین مرزی بر حسب جذر میانگین مربعی زبری زیرلایه نشان داده شده است، در حالتی که یکی از سطوح فرکتال خودمتشابه و دیگری فرکتال خودمتناسب است. در این شکل مشاهده می‌شود در حالتی که سطوح زبر، فرکتال خودمتشابه هستند،انرژی بین مرزی بیشتر است که ناشی از ماهیت زبری فرکتال خودمتشابه است.شکل۳(b) انرژی بین مرزی مؤثر سطح را نشان می‌دهد در حالتی که زیرلایهٔ فرکتال خودمتشابه و جامد کشسان فرکتال خودمتناسب و خودمتشابه با نماهای هورست $H_2 = 0.4, 0.6, 0.8, 1$ است. مشاهده می‌شود که هرچه نمای هورست جامد کشسان بیشتر می‌شود، انرژی بین مرزی نیز افزایش می‌یابد. در این نمودار، برای نمای هورست H=0.4 با افزایش دامنهٔ زبری برای زبری‌های کوچک، ابتدا افزایش و

سپس کاهشی در انرژی بین مرزی مشاهده می‌شود که برای مثال این اثر برای نمای هورست H=0.8 مشاهده نمی‌شود. می‌توان استدلالی مشابه را به‌کار برد که برای سطح فرکتالی خودمتناسب استفاده می‌شود [۹]. به‌ازای $q<q_0$ مقدار تابع طیفی نمایی زبری سطح ثابت و برای $q>q_0$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید،

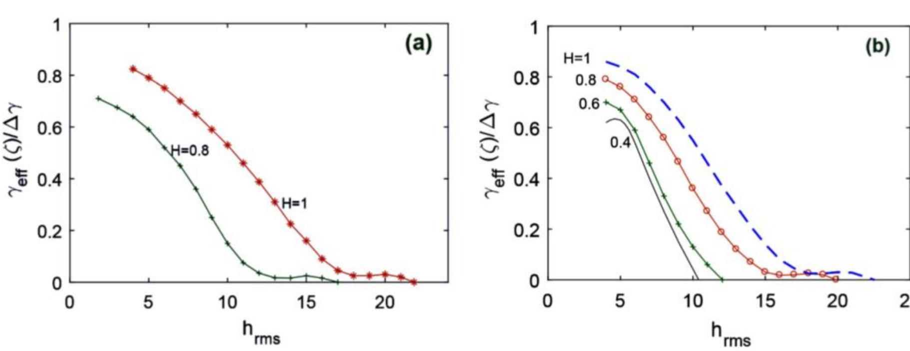
$$C(q)=\frac{H}{2\pi}(\frac{h_0}{q_0})^2(\frac{q}{q_0})^{-2(H+1)}$$

در این رابطه، $H=3\text{-}D_f$ و q_0 بردار موج قطعکران پایین است و h_0 توسط دامنهٔ زبری rms به صورت $<h^2>=\frac{h_0^2}{2}$ تعیین می‌شود. با این رابطه، انرژی بین مرزی مؤثر به‌دست‌آمده به‌صورت

$$\frac{\gamma_{eff}}{\Delta\gamma}=1+\frac{1}{2}(q_0h_0)^2g(H)(1-\frac{\alpha(H)}{q_0\delta}),\qquad \alpha(H)=2\frac{f(H)}{g(H)}$$

$$f(H)=\frac{H}{1-2H}(\zeta_1^{\,1-2H}-1),\qquad g(H)=\frac{H}{2(1-H)}(\zeta_1^{\,2(1-H)}-1)$$

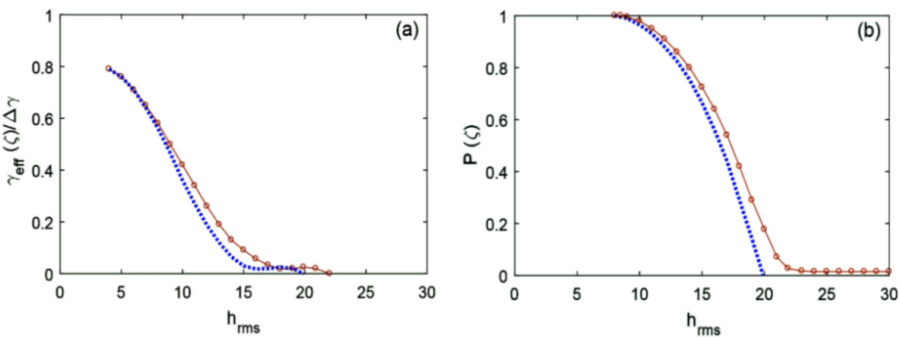
α پارامتر زبری نامیده می‌شود و هرچه مقدار آن بیشتر باشد، تغییرات انرژی بین مرزی کمتر است. $\alpha(H=0.4)=0.073$ و $\alpha(H=0.8)=0.235$ است، به طوری که $\alpha(0.4)\ll\alpha(0.8)$ است. این اتفاق از منظر فیزیکی رخ می‌دهد زیرا افزایش در سطح تماس (به علت زبری) هنگامی که H=0.4 است، نسبت به H=0.8 بسیار بیشتر است و این سهم چسبندگی را نسبت به انرژی کشسان افزایش می‌دهد.



شکل ۳ (a) انرژی بین مرزی مؤثر γ_{eff} بر حسب جذر میانگین مربعی زبری زیرلایه برای حالتی که سطوح فرکتال خودمتناسب هستند، منحنی نقطه‌چین، و فرکتال خودمتشابه، منحنی ستاره‌دار (b) انرژی بین مرزی مؤثر بر حسب جذر میانگین مربعی زبری زیرلایه برای چندین نمای هورست متفاوت.

در شکل ۴ انرژی بین مرزی مؤثر سطح و مساحت تماس حقیقی بر حسب جذر میانگین مربعی زیرلایه نشان داده شده است. هر دو منحنی در شکل‌ها مربوط به تماس بین یک زیرلایهٔ خودمتشابه و جامدکشسانِ خودمتناسب با نمای هورست 0.8 است. منحنی نقطه‌چین تماس در تنش

فشرده‌کنندهٔ صفر و منحنی پیوسته در تنش $\sigma_0 = 11.03\ GPa$ را نشان می‌دهد.همانطور که مشاهده می‌شود، وجود تنش فشرده‌کننده باعث می‌شود سطوح در تماس با یکدیگر باقی بمانند و بنـابراین چسبندگی و انرژی مؤثر بین مرزی و سطح تماس حقیقی افزایش می‌یابد.



شکل ٤ (a) انرژی بین مرزی مؤثر $\boldsymbol{\gamma_{eff}}$ بر انرژی بین مرزی $\boldsymbol{\Delta\gamma}$ برای سطوح صاف و (b) مساحت تماس حقیقی بر حسب جذر میانگین مربعی زبری زیرلایهٔ به‌دست‌آمده از تئوری مکانیک تماسی پرسون. هر دو منحنی مربوط به زیرلایهٔ خودمتشابه و جامد کشسان خودمتناسب با نمای زبری H=0.8 هستند. منحنی نقطه‌چین در تنش خارجی صفر و منحنی دایره‌دار مربوط به حالتی است که تنش $\boldsymbol{\sigma_0 = 11.03GPa}$ است.

۵. خلاصه و نتیجه‌گیری

اثر زبری سطح بر انرژی چسبندگی و انرژی بین مرزی مؤثر سطح بررسی شده است در حالتی که یکی از سطوح دارای سطح زبر فرکتالی خودمتشابه است. دیدیم که در حالت تماس کامل و جزئی با تغییر نوع زبری سطح (سطح فرکتالی خودمتناسب به خودمتشابه) انرژی بین مرزی مؤثر سطح افزایش می‌یابد، زیرا فرکتال خودمتشابه سطحی همسانگرد است و در این حالت مساحت تماس بیشتر از سطح فرکتالی خودمتناسب است و بنابراین چسبندگی بین سطوح افزایش می‌یابد.سپس اثر زبری سطح در تماس جزئی مطالعه شد. ابتدا حالتی را در نظر گرفتیم که زیرلایه و جامد کشسان دارای سطح زبر فرکتالی خودمتشابه بودند و در محاسبات یک همبستگی عرضی نیز بین سطوح وارد می‌شود. نشان دادیم که با افزایش نمای هورست انرژی بین مرزی مؤثر سطح افزایش می‌یابد و نیز این انرژی در مقایسه با حالتی که زیرلایه دارای سطح فرکتالی خودمتناسب است، بیشتر است. در پایان، اثر تنش فشرده‌کننده را مطالعه کردیم و متوجه شدیم زمانی که تنش وارد می‌شود، انرژی چسبندگی و مساحت تماس حقیقی برای حالتی که زیرلایه فرکتال خودمتشابه است، افزایش می‌یابد و می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش فشار، سطوح در تماس با یکدیگر می‌مانند و افزایش زبری، سطح تماس را از بین نخواهد برد.

مراجع

[1] Y. P. Zhao, L. S. Wang and T. X. Yu,*J. Adhesion Sci. Technol*. **17** 519(2003).

[2] J. Bico, C. Marzolin and D. Quere,*Europhys. Lett*. **47** 220 (1999).

[3] Gui C, Elwenspoek M, Tas N and Gardeniers J G E 1999 J. Appl. Physics **85** 7448.

[4] B. N. J. Persson, Phys. Rev. **B71** 035428(2005).

[5] M. Scherge and S. Gorb, *Biological Micro and Nano Tribology*, Springer, Berlin(2001).

[6] B. N. J. Persson, S. Gorb, J. Chem. Phys.**119**, 11437(2003).

[7] S. Zilberman, B.N.J. Persson, to be published in Solid State Commun.

[8] B.N.J. Persson, E. Tosatti, J. Chem. Phys. **115** 5597 (2001).

[9] B.N.J. Persson, Eur. Phys. J. E. **8**,385-401 (2002).

[10] B.N.J. Persson, J. Chem. Phys. 115, 3840 (2001).

[11] B.N.J. Persson, F. Bucher, B. Chiaia, to be published in Phys. Rev. B 65, 184106 (2002).

[12] S. Zilberman, B. N. J. Persson, JORNAL of CHEMICAL PHYSICS, **118**(2003).

[13] V. A. Yastrebova, G. Anciaux, J. F. Molinari, Int. J. Solids Srtuct.**52** 83 (2015).

[14] B. D. Dapp, N.Prodanov, M. H. Muser, J. Phys.: Condens. Matter, **26** 355002 (2014).

[15] V. N. Samoilov, I. M. Sivebeak, B.N.J. Persson, **21** (2004).

[16] S. Hyuna, M. O. Robbins, Tribol. Int. **40** 1413(2007).

[17] S. Hyun, J. F. Molinari, M. O. Robbins, Phys. Rev. E **70** 026117(2004).

[18] G. Carbone, M. Scaraggi, U. Tartaglino, Eur. Phys. J. E, **30** 65 (2009).

[19] M. Feshanjerdi, A. A. Masoudi, M. Khorrami, J. Stat. Mech. Theor. Exp, 02018 (2015).

[20] B. N. J. Persson, J. Phys. Condens. **18** 7789(2006).

[21] H. Gao, X. Wang, H. Yao, S. Grob , E. Artz, Mech, Matter,**37** 275(2005).

[22] G. Palasantzas, Physical Review B, **48**(19): p. 14472-14478 (1993).

[23] W. H.Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical recipes in FORTRAN*, 2nd Ed(1992).

[24] A. L. Barabashi, H. E. Stanley,"Fractal Concepts in Surface Growth", 2nd ed, Cambridge(1997).