

Relationship between dynamic and static properties of anisotropic fractured porous media by acoustic wave propagation

H. Hamzhepour¹; M. Khoshhali²

Received: 2016.4.13

Accepted: 2016.8.25

Abstract

Acoustic wave applications in material structure science studies are very important. Therefore investigation of acoustic wave quality and analyzing of wave propagation and discovering of its relation with martial features has been in great interest for many scientists. Investigation of dynamic properties of porous media and studying of its relationship with static properties has very practical benefits for nondestructive methods in material science. At first the fractures are generated in two dimensional porous medium as a defect's structures, then propagation of the acoustic waves is studied in simulated samples. We use explicit finite difference (FD) method to solve problem numerically. The results suggest some relationships between wave dynamic properties and the effects of size and geometry of fractures or defects. The relationships of all the quantities of interest depend on the fractures direction or anisotropic effects. We also study the anisotropic effects on some practical dynamical properties of acoustic wave front. The results suggest some relations between them. The results of this simulation are in good agreement with some results that is obtained from different practical and simulation methods.

Keywords: Acoustic wave, Anisotropic fractured porous media, Static properties, Dynamic properties

¹ Assistant Professor of Physics Department, K.N. Toosi University of Technology, hamzhepour@kntu.ac.ir

² M.Sc. student of Physics, K.N. Toosi University of Technology

ارتباط بین خواص دینامیک و استاتیک محیط‌های متخلخل ترک‌دار ناهمسانگرد ۲د با استفاده از شبیه‌سازی انتشار امواج آکوستیک

حسین حمزه‌پور^۱

مهدی خوشحالی^۲

تاریخ دریافت: ۹۵/۱/۲۵

تاریخ تصویب: ۹۵/۶/۳

چکیده

استفاده از امواج آکوستیک در مطالعات ساختار مواد از اهمیت فراوانی برخوردار است. از این رو تحقیق کیفیت موج آکوستیک و تحلیل انتشار موج مورد توجه پژوهشگران بسیاری قرار گرفته است. بررسی ویژگی‌های دینامیک محیط‌های متخلخل و چگونگی رابطه آن با خواص استاتیک در تحلیل و شناسایی روش‌های غیر مخرب رهیافتی مناسب در علم مواد است. ما در این تحقیق نخست محیط متخلخل ترک‌دار را در دو بُعد تولید می‌کنیم. سپس به انتشار امواج آکوستیکی در محیط‌های

^۱ استادیار فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ hamzehpour@kntu.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شبه‌سازی شده می‌پردازیم. با استفاده از روش تفاضل محدود، به حل عددی معادله موج آکوستیک در محیط‌های شبه‌سازی شده می‌پردازیم. نتایج حاصل نشان می‌دهد بعضی روابط بین ویژگی‌های دینامیک امواج و اثرات اندازه و هندسه ترک‌ها و چگالی تعداد ترک‌های محیط به عنوان هندسه ناخالصی‌ها قابل تغییر می‌باشد. روابط بین تمام کمیت‌های مورد توجه به راستای ترک‌ها یا اثر ناهمسانگردی‌ها بستگی دارد. با حل عددی معادله انتشار موج آکوستیک در این محیط، به ارتباط بعضی خواص دینامیکی جبهه موج با خواص استاتیک آن پرداخته و روابط مشاهده شده را گزارش می‌کنیم. نتایج حاصل روابط بین آن‌ها را تأیید می‌کند. نتایج این شبه‌سازی با داده‌های به دست آمده از روش‌های دیگر تطابق خوبی دارد.

واژه‌های کلیدی: امواج آکوستیک، محیط متخلخل ترک‌دار ناهمسانگرد، خواص استاتیک، خواص دینامیک

۱. مقدمه

بررسی پدیده انتقال در محیط‌های متخلخل ترک‌دار، چه به عنوان انتقال امواج و چه سیال، همواره مورد توجه فراوانی بوده است [۱-۵]. مطالعه مسئله انتشار موج و بررسی ارتباط بین خواص دینامیک محیط‌های ترک‌دار و خواص استاتیک این محیط‌ها، به واسطه اهمیت نظری و صنعتی آن‌ها مورد توجه طیف گسترده‌ای از دانشمندان علوم و مهندسی قرار گرفته است. در مدل‌های مطرح شده قبلی به دلیل پیچیدگی زیاد محیط‌های واقعی، بی‌نظمی‌هایی چون میکروترک‌ها در نظر گرفته نشدند. آستورم و همکاران با استفاده از مدل خاصی متشکل از فتر و گلوله به بررسی جبهه موج در محیط رندوم معمولی پرداختند [۶]. با توجه به این مهم که ساختار محیط‌های واقعی نسبت به محیط‌های بی‌نظم معمولی پیچیده‌تر است، علایی و سهمی نشان دادند با انتشار امواج آکوستیک در محیط‌های همبسته آماری، جبهه موج می‌تواند برخی از خواص محیطی را که در آن منتشر می‌شود بازگو نماید. آن‌ها با ارایه سه مدل مختلف نشان دادند جبهه موج خاصیت همبسته بودن

توزیع آماری محیط را آشکار می‌سازد [۷]. با توجه به این مهم که قسمت عمده‌ای از محیط‌های متخلخل را ترک‌ها تشکیل می‌دهند، افراد بسیاری به بررسی این گونه محیط‌ها پرداختند [۸-۱۰]. در حالت کلی یکی از هدف‌های حل مسئله انتشار موج در محیط‌های بی‌نظم، بررسی خواص دینامیک محیط بر حسب خواص هندسی و استاتیک محیط می‌باشد. با توجه به این که در موارد آزمایشگاهی محیط‌های ترک‌دار به صورت برش‌هایی دو بُعدی قابل مشاهده هستند و در مواردی می‌توان از اثرات بعد سوم چشم‌پوشی کرد، مطالعات دو بُعدی اهمیت پیدا می‌کنند. علاوه بر این، مطالعه برای به دست آوردن روابط فیزیکی در حالت دو بُعدی برای ایجاد ارتباط بین نتایج دو بُعدی و سه بُعدی در کارهای ایده‌آل‌تر آینده، مفید خواهد بود. به عبارت دیگر با بررسی خواص محیط‌های دو بُعدی و بررسی شباهت‌ها و تفاوت‌های آن با محیط‌های شبیه‌سازی شده سه بُعدی، می‌توان به مسئله اصلی یعنی شبیه‌سازی کامل یک محیط طبیعی نزدیک‌تر شد. از این رو محیط‌های دو بُعدی را که از ترک‌های مستطیل شکل دارای پهنا، با توزیع یکنواخت و طول ثابت تشکیل شده‌اند، به صورت ناهمسانگرد شبیه‌سازی کردیم. هدف ما بررسی رفتار دینامیک این گونه محیط‌ها به صورت تابعی از ساختار هندسی محیط تشکیل دهنده آن‌هاست. با استفاده از گسسته‌سازی کل محیط به همراه ترک‌ها و روش تفاضل محدود، معادلات موج در این محیط‌ها حل شده‌اند و تابع جبهه موج به دست آمده است و بستگی خواص دینامیک آن به کمیت‌های فیزیکی هندسی از جمله زاویه ترک‌ها، چگالی تعداد ترک‌ها، پهنای ترک و تأثیر اندازه محیط بررسی شده است.

۲. شبیه‌سازی محیط و تحلیل انتشار موج

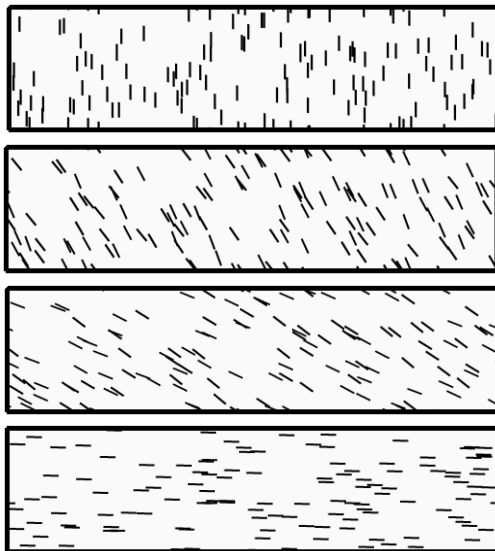
۲-۱. تولید شبکه ترک‌ها

جهت تولید محیط ترک‌دار ابتدا محیط دو بُعدی را به صورت شبکه منظم مربعی با طول اضلاع a گسسته می‌کنیم [۱۲]. ابعاد کل محیط را به صورت $L_x = 2048a$ و $L_y = 512a$ در نظر می‌گیریم. سپس مستطیل‌هایی به ضخامت b و طول $l = 64a$ را در محیط وارد می‌کنیم. مرکز مستطیل‌ها از تابع توزیع یکنواخت پیروی می‌کنند و جهت‌گیری مستطیل‌ها

به صورت تصادفی و با تابع توزیع یکنواخت با زاویه‌ای متغیر نسبت به راستای قائم (۰ درجه، بین ۲۰ و ۴۰ درجه، ۵۰ و ۷۰ درجه به طور تصادفی و ۹۰ درجه) تولید می‌شوند؛ مربع‌هایی که نقاط مرکزی آن‌ها داخل مستطیل قرار گیرند ترک را می‌سازند. به این ترتیب محیطی ترک‌دار، نامنظم و ناهمسانگرد تولید می‌شود که برای مشخص شدن شبکه ترک‌ها باید چگالی (تعداد در واحد سطح) ρ ، ضخامت b و طول l ترک‌ها معلوم باشند. نمونه‌هایی از محیط ترک‌دار در شکل‌های ۱ و ۲ نمایش داده شده است. جهت بی‌بعدسازی کمیت‌ها از طول ترک‌ها استفاده می‌کنیم.

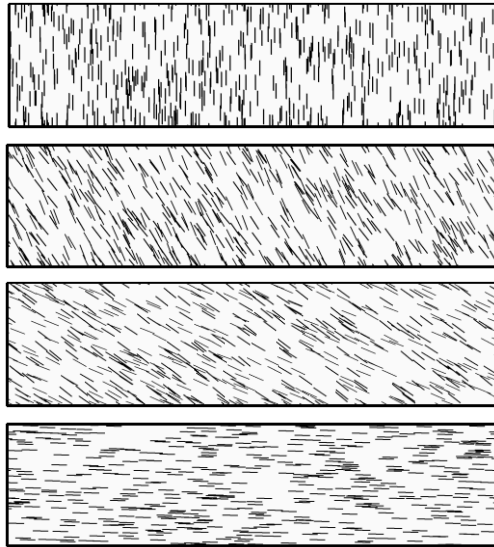
$$L_x' = \frac{L_x}{l} \quad L_y' = \frac{L_y}{l} \quad b' = \frac{b}{l} \quad \rho' = \frac{N}{L_x' L_y'} \quad (1)$$

چگالی بی‌بعدشده ترک‌ها، ρ' ، به صورت تعداد ترک‌ها، N ، در واحد سطح بی‌بعدشده تعریف می‌شود. برای تولید محیط ترک‌دار از شرایط مرزی تناوبی در هر دو جهت افقی و عمودی استفاده می‌کنیم.



شکل ۱. نمونه‌هایی از محیط‌های ترک‌دار ناهمسانگرد با ضخامت

$b' = 0.125$ و چگالی $\rho' = 0.5$ و زوایای مختلف.



شکل ۲. نمونه‌هایی از محیط‌های ترک‌دار ناهمسانگرد با ضخامت و چگالی $\rho' = 1$ و زوایای مختلف.

۲-۲. معادله موج

برای حل عددی معادله موج از روش تفاضل محدود استفاده می‌نماییم. در این روش، معادلات دیفرانسیل برای هر یک از گره‌ها جداگانه نوشته شده و روابط مشتق با استفاده از معادلات تفاضلی جایگزین می‌شوند. نتایج این روش به صورت دستگاه معادلات خطی همزمان ارائه می‌شوند. روش تفاضل محدود برای بسیاری از مسایل مهندسی و علوم قابل استفاده است. مسایل پایدار، گذرا، خطی در تحلیل تنش، انتقال حرارت در سیالات، امواج و... را می‌توان با استفاده از روش تفاضل محدود تحلیل کرد [۱۳]. انتشار امواج آکوستیک در محیطی با چگالی $\rho_m(\mathbf{r})$ و مدول حجمی $\lambda(\mathbf{r})$ با معادله موج اسکالر زیر بیان می‌شود [۱۲]:

$$\rho_m(\mathbf{r}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi(\mathbf{r}, t) - \nabla \cdot [\lambda(\mathbf{r}) \nabla \Psi(\mathbf{r}, t)] = S(\mathbf{r}_s, t) \quad (2)$$

که در آن $\Psi(\mathbf{r}, t)$ اندازه جابجایی نقاط محیط نسبت به محل تعادل خود و $S(\mathbf{r}_s, t)$ چشمه تولید موج در مکان \mathbf{r}_s می‌باشد. مقادیر ρ_m و λ برای ترک‌ها به ترتیب ۰/۵ و ۰/۶ و

برای قسمت متخلخل واحد در نظر گرفته شده است. محیط ترک‌دار محیطی دو فازی متشکل از ترک‌ها و جامد متخلخل در نظر گرفته می‌شود، مشتق زمانی را تا مرتبه دوم به صورت صریح و مشتق‌های مکانی را تا مرتبه چهارم بسط می‌دهیم [۱۲]:

$$\frac{\partial^2 \Psi^n}{\partial t^2} \cong \frac{\Psi^{n-2} - 2\Psi^n + \Psi^{n+2}}{dt^2}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \cong \frac{-\Psi(i+2, j) + 16\Psi(i+1, j) - 30\Psi(i, j) + 16\Psi(i-1, j) - \Psi(i-2, j)}{12dx^2} \quad (۳)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \cong \frac{-\Psi(i+2, j) + 8\Psi(i+1, j) - 8\Psi(i-1, j) - \Psi(i-2, j)}{12dx}$$

چشمه موج به صورت یک پالس گاوسی در نظر گرفته می‌شود.

$$S(\mathbf{r}_s, t) = A \exp[-\zeta(t - t_0)^2] \quad (۴)$$

که ζ نمایانگر پهنا، A دامنه و \mathbf{r}_s مکان چشمه موج می‌باشد.

۳. نتایج محاسبات

۳-۱. زبری جبهه موج

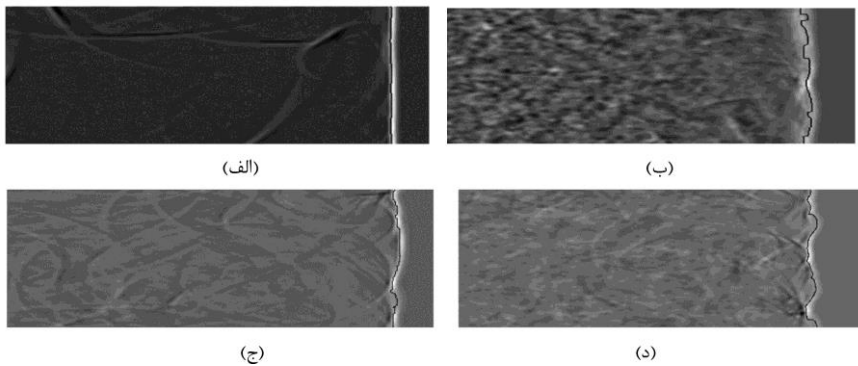
زبری داده‌های آماری با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۲]:

$$R(t) = \sqrt{\frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} (h(t, y_i) - \overline{h(t)})^2} \quad (۵)$$

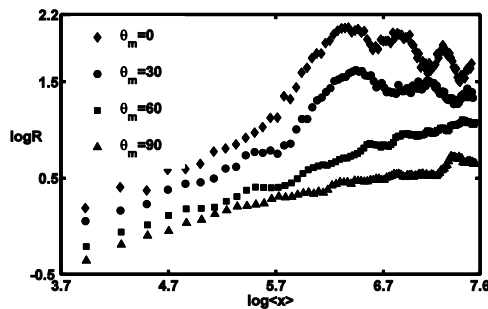
که در آن $h(t, y_i)$ فاصله نقطه y_i جبهه موج از مکان اولیه چشمه موج در $x = 0$ و $\overline{h(t)}$ میانگین فاصله نقاط جبهه موج از نقطه $x = 0$ در زمان t است. N_x و N_y ، تعداد نقاط طولی و عرضی می‌باشند.

خوشحالی و حمزه پور [۱۲]، نشان دادند زبر شدن جبهه موج عبوری از محیط‌های ترک‌دار شبیه‌سازی شده با تغییرات چگالی تعداد ترک و ضخامت ترک‌ها تغییر می‌کند (شکل ۳) و این تغییرات به صورت نمایی می‌باشد. با عبور موج از محیط و افزایش سطح محیطی که توسط جبهه موج طی می‌شود نوع رابطه زبری با چگالی تعداد ترک و

ضخامت ترک تغییری نمی‌کند. تنها تغییراتی در اندازه‌نماها دیده می‌شود که خود از وجود نوعی خود تشابهی در زبری موج حکایت دارد و با توجه به این که در محیط‌های واقعی، چنین تقارن‌هایی دیده شده است [۱۵]، این نتایج تائیدی بر صحت محیط شبیه‌سازی شده می‌باشد. ما در این تحقیق عمدتاً به بررسی اثر زاویه جهت‌گیری ترک‌ها بر روی زبرشدن جبهه موج پرداختیم. شکل ۴، نمودار زبری موج را بر حسب طول میانگین پیشروی موج در محیط در مقیاس لگاریتمی برای زوایای مختلف نمایش می‌دهد. هر چقدر زاویه ترک‌ها با راستای قائم بیشتر می‌شود، محیط شبیه‌سازی شده به محیط رندوم معمولی نزدیک‌تر و زبری موج کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، با کاهش زاویه ترک نسبت به راستای قائم و افزایش اثر ناخالصی همبسته ترک‌ها، زبری جبهه موج بیشتر می‌گردد.

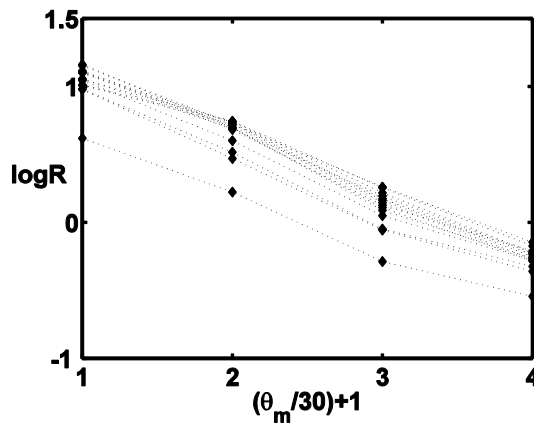


شکل ۳. شکل جبهه موج (الف) زمانی که از محیط با چگالی تعداد $\rho' = 0.12$ و ضخامت $b' = 0.0625$ ، (ب) $\rho' = 4$ و $b' = 0.0625$ ، (ج) $\rho' = 0.24$ و $b' = 0.5$ و (د) $\rho' = 2$ و $b' = 0.5$ می‌گذرد.

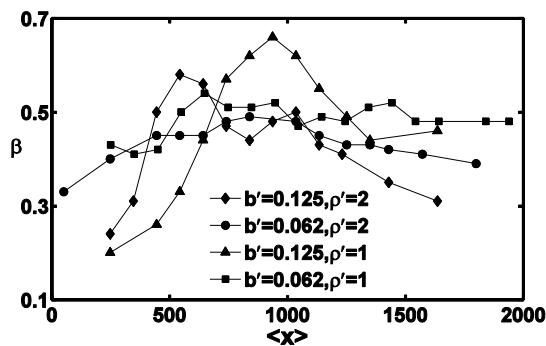


شکل ۴. نمودار لگاریتمی زبری بر حسب مکان پیشروی موج انتشاری برای $b' = 0.125$ و $\rho' = 2$.

در شکل ۵ نمودار تغییرات لگاریتم زبری بر حسب متوسط زاویه ترک‌ها، نمایش داده شده است که می‌توان داده‌های نمودار را با تابع خطی برازش نمود و از طرفی نوع تابعیت با پیشروی موج تغییر چندانی نمی‌کند و تنها شیب این تغییرات با تغییر چگالی تعداد ترک‌ها و ضخامت آن دچار تغییر می‌گردد که در شکل ۶ نشان داده شده است. این نتایج ضمن آن که ما را به سمت رابطه‌ای سودمند رهنمون می‌شوند، نشان می‌دهند که جهت موج عبوری دارای خاصیت خود تشابهی است.



شکل ۵. نمودار نیمه لگاریتمی زبری بر حسب زاویه متوسط ترک‌ها در مکان‌های مختلف انتشار برای $b' = 0.0625$ و $\rho' = 1$.

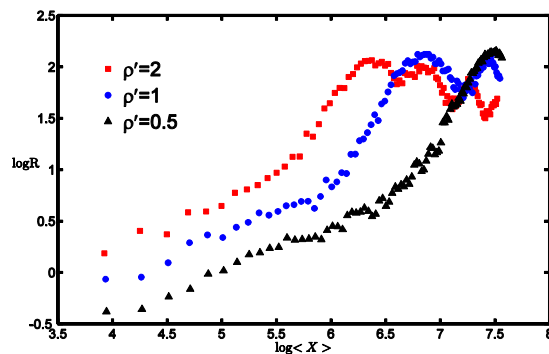


شکل ۶. نمودار اندازه شیب خطوط برازش شده (در نمودار زبری بر حسب متوسط زاویه) بر حسب مکان پیشروی موج انتشاری.

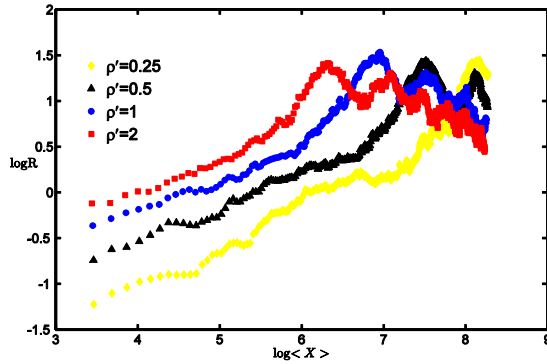
شکل ۶ نشان می‌دهد اثر زاویه بر روی تغییرات زبری برای ضخامت بیشتر، زیاد تر و برای ضخامت کمتر، کمتر است به طوری که برای ضخامت کم تقریباً یکنواخت می‌باشد. با توجه به نتایج می‌توان رابطه زیر را نتیجه گرفت:

$$R \propto \exp\left[\beta\left(\frac{\theta_m}{30} + 1\right)\right] \quad (۶)$$

در مطالعات انجام گرفته، نشان داده شد که مسئله رشد سطوح همانند انتشار موج کلاسیک می‌باشد [۱۶]. برخی از این شباهت‌ها توسط آستورم و همکاران بر روی محیط‌های رندوم معمولی مشاهده شد. بر طبق نتایج آستورم و همکاران هیچ‌گونه اشباعی در زبری جبهه موج با پیشروی در محیط‌های نامنظم معمولی مشاهده نشد [۶]. در این شبیه سازی، ما با اعمال ناخالصی‌های همبسته ترک گونه که تقریبی بهتر از محیط‌های واقعی می‌باشد، مشاهده کردیم برای محیط‌هایی که متوسط زاویه ترک‌ها کمتر از ۴۵ درجه می‌باشد، زبری جبهه موج دارای یک بیشینه عمده می‌باشد و به اشباع رسیدن زبری را نمایش می‌دهد. از طرفی برای محیط‌های دیگری با زاویه متوسط ۳۰ درجه و به اندازه $L_x = 4096a$ و $L_y = 256a$ ، و ضخامت $b' = 0.125$ ، دوباره وجود نوعی اشباع در زبری جبهه موج مشاهده شد (شکل‌های ۷ و ۸).



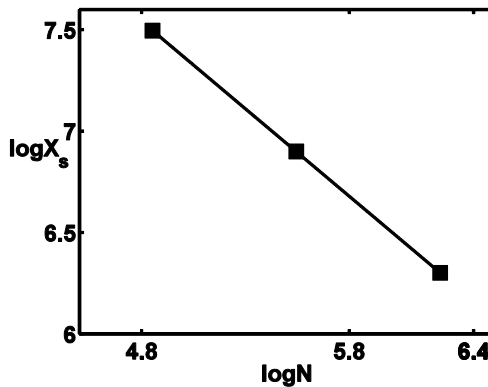
شکل ۷. نمودار لگاریتمی زبری بر حسب مکان پیشروی موج انتشاری برای محیط با مشخصات $b' = 0.125$ و $L_y = 512a$ و $L_x = 2048a$ برای $\theta_m = 30$.



شکل ۸. نمودار لگاریتمی زبری بر حسب مکان پیشروی موج انتشاری برای محیط با مشخصات

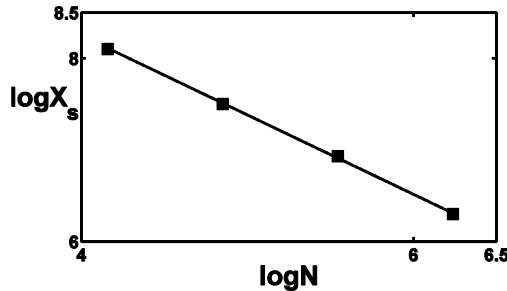
$$. \theta_m = 30 \text{ برای } L_x = 4096a \text{ و } L_y = 256a \text{ و } b' = 0.125$$

با توجه به شکل‌های ۷ و ۸ هرچقدر چگالی تعداد ترک‌ها بیشتر باشد، زبری جهت موج زودتر اشباع می‌شود. به عبارت دیگر مشاهده می‌شود مکانی که زبری آن اشباع می‌شود تنها به تعداد ترک‌هایی بستگی دارد که به جهت موج برخورد می‌کند. این خود خاصیت دینامیکی جدیدی برای محیط می‌باشد که به تعداد ترک‌ها مطابق شکل‌های ۹ و ۱۰ مربوط می‌شود. دیده شده که در مسئله رشد سطح نیز پدیده اشباع به نرخ لایه نشانی ارتباط دارد [۱۴].



شکل ۹. لگاریتم مکان اولین قله زبری بر حسب لگاریتم تعداد ترک‌ها که با خط برازش شده است.

$$. \theta_m = 30 \text{ برای } L_x = 2048a \text{ و } L_y = 512a \text{ و } b' = 0.125$$



شکل ۱۰. لگاریتم مکان اولین قلّه زبری بر حسب لگاریتم تعداد ترک‌ها که با خط برازش شده است. برای محیط با مشخصات $b' = 0.125$ و $L_y = 256a$ و $L_x = 4096a$ برای $\theta_m = 30$.

با توجه شکل‌های ۹ و ۱۰ می‌توان رابطه زیر را برای مکان بیشینه بر حسب تعداد ترک‌های محیط به دست آورد:

$$X_s \propto N^{-0.86} \quad (7)$$

این رابطه مستقل از اندازه دو محیط است.

۳-۲. تابع همبستگی موج

تابع همبستگی داده‌های آماری با معادله زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

$$C(r) = \langle [h(y) - h(y+r)]^2 \rangle \propto r^{2\alpha} \quad (8)$$

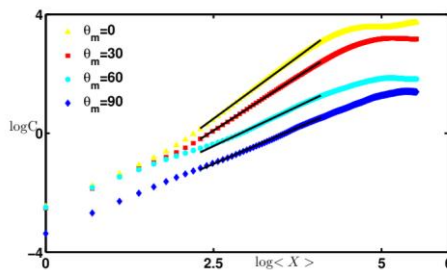
در رابطه بالا میانگین‌گیری بر حسب مقادیر y می‌باشد. تابع همبستگی، یکی از کمیت‌هایی است که خواص دینامیک محیط را توصیف می‌کند. سهمی و تاجر نشان دادند نوعی از محیط‌های طبیعی از تابع توزیع FBM تبعیت می‌کنند. این توزیع دارای تابع همبستگی با نمای H (Hurst exponent) می‌باشد [۱۵]. علایی و سهمی با انتشار موج آکوستیک در محیط‌های FBM و با استفاده از سه مدل مختلف به ارتباط نمای H و نمای به دست آمده از تابع همبستگی جبهه موج پرداختند [۷]. بنابراین جبهه موج ساختاری را که در آن منتشر می‌شود تا حدی بازگو می‌کند. علایی و سهمی نشان دادند $\alpha = H$ که α ، نمای تابع همبستگی جبهه موج انتشارشده از محیط می‌باشد. خوشحالی و حمزه‌پور نشان دادند که می‌توان با مطالعه نحوه همبستگی جبهه موج آکوستیک، به برخی از خصوصیات

هندسی محیط همسانگردی که در آن منتشر می‌شود پی برد [۱۲]. در این تحقیق وابستگی تابع همبستگی جبهه موج عبوری را به زاویه ترک‌ها در محیطی ناهمسانگرد بررسی کرده‌ایم. شکل ۱۱ نمودار تابع همبستگی جبهه موج عبوری را برای زوایای مختلف نشان می‌دهد. شیب خط‌های برازش شده نمایانگر 2α می‌باشد که با توجه به نمودار شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به زاویه ترک‌ها وابسته است به طوری که در $\theta_m = 90$ همبستگی ترک‌ها در راستای انتشار موج، کم‌تر می‌باشد، کمترین مقدار و در $\theta_m = 0$ که ترک‌ها بیشترین همبستگی را در راستای عمود بر جهت انتشار دارند، بیشترین مقدار را دارند. این وابستگی به زاویه تقریباً در تمام مکان‌های پیشروی موج در محیط دیده می‌شود. مقادیر به دست آمده از 2α با دیگر مقادیر تجربی و نظری به دست آمده تطابق دارد به طوری که برای زاویه $\theta_m = 90$ که محیط ترک‌دار به یک محیط نسبتاً بی‌نظم معمولی تبدیل می‌شود تقریباً برابر با واحد است. در مراجع مربوط به رشد سطوح به روش رندم معمولی و انتشار موج از محیط بی‌نظم معمولی این نتایج مشاهده شده است [۶،۷،۱۴].

تابعیتی که در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده برای چگالی ترک‌های مختلف در سراسر محیط مشاهده شده است که نشان می‌دهد نمای همبستگی با چگالی ترک‌ها تغییر محسوسی می‌یابد و این تغییر تقریباً به صورت خطی است. با توجه به نتایج نمودارها و برازش داده‌ها می‌توان تابعیت تابع همبستگی را به صورت زیر به دست آورد:

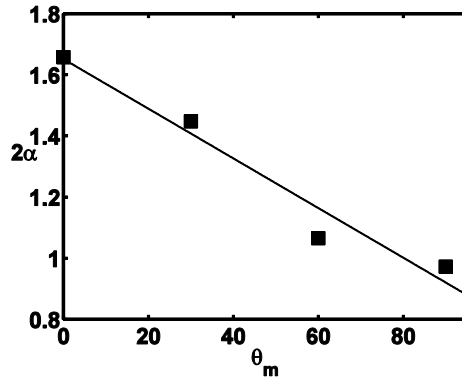
$$C(r; \theta_m) \propto r^{2\gamma\theta_m} \quad (9)$$

که γ ، شیب خط برازش شده می‌باشد و به ویژگی‌های هندسی محیط مربوط می‌شود.

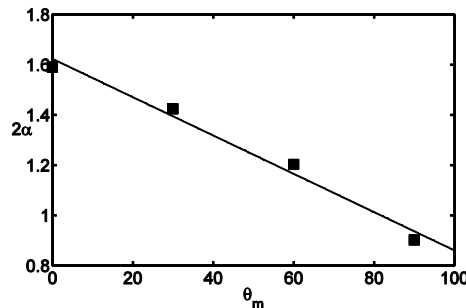


شکل ۱۱. لگاریتم تابع همبستگی بر حسب لگاریتم متوسط مکان پیشروی

موج انتشاری برای $\rho' = 2$ ، $b' = 0.0625$.



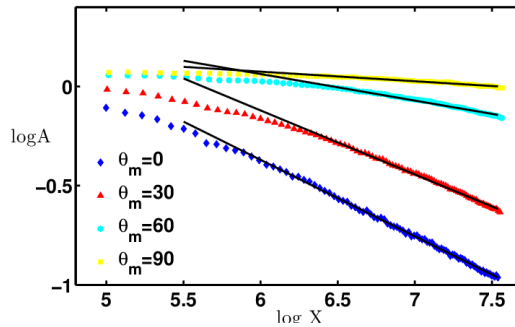
شکل ۱۲. نمودار شیب خطوط برازش شده بر حسب متوسط زاویه ترک‌ها برای $\rho' = 2$ ، $b' = 0.0625$.



شکل ۱۳. نمودار شیب خطوط برازش شده بر حسب متوسط زاویه ترک‌ها برای $\rho' = 1$ ، $b' = 0.0625$.

۳-۳. تضعیف دامنه موج

در این قسمت از مقاله به بررسی رابطه بین خواص استاتیکی (هندسه محیط) و تضعیف دامنه موج می‌پردازیم. حمزه‌پور و همکاران نشان دادند که تضعیف دامنه در محیط‌های ترک‌دار همسانگرد به ضخامت ترک و چگالی تعداد ترک‌های محیط بستگی دارد [۱۱]. در این مقاله، میانگین دامنه موج انتشاری در محیط $A(x)$ بر حسب مکان متوسط آن $\langle x \rangle$ در محیط‌هایی با جهت‌گیری‌های متمایز و چگالی تعداد ترک‌های مختلف و ضخامت ترک $b' = 0.125$ بررسی می‌شود. با توجه به شکل ۱۴، دامنه با افزایش پیشروی موج در محیط، کاهش می‌یابد و از یک جا به بعد این تضعیف دامنه به صورت خطی در مقیاس لگاریتمی مشاهده می‌شود.

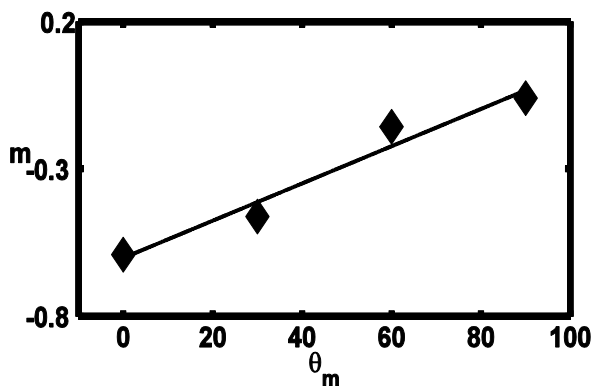


شکل ۱۴. نمودار لگاریتم دامنه موج بر حسب لگاریتم مکان پیشروی موج انتشاری برای $\rho' = 2$.

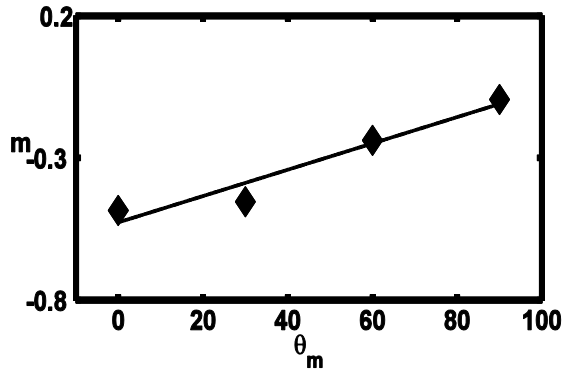
با توجه به این که قسمت قابل توجهی از نمودار با تابعی خطی برازش می‌شود، می‌توان برای قسمت برازش شده رابطه زیر را تخمین زد

$$A(x) \propto x^m \quad (10)$$

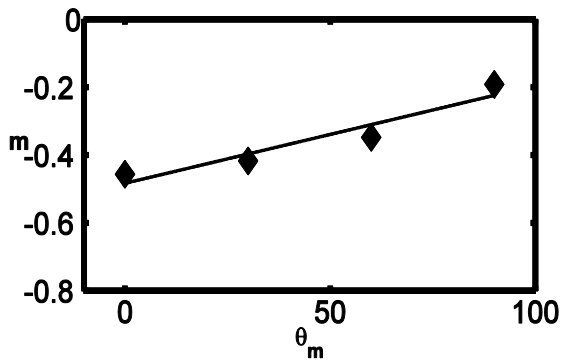
شیب خط‌های برازش شده در نمودار شکل ۱۴ و همچنین شیب‌های مشابه در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ نشان داده شده است.



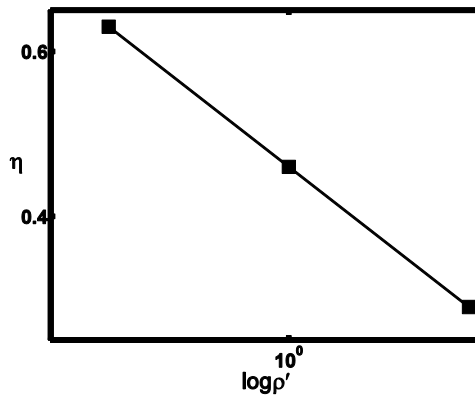
شکل ۱۵. نمودار نمای دامنه موج بر حسب متوسط زاوی ترک‌ها برای $\rho' = 0.5$.



شکل ۱۶. نمودار نمای دامنه موج بر حسب متوسط زاویه ترک ها برای $\rho' = 1$.



شکل ۱۷. نمودار نمای دامنه موج بر حسب متوسط زاویه ترک ها برای $\rho' = 2$.



شکل ۱۸. نمودار شیب خطوط برازش شده بر حسب لگاریتم چگالی تعداد ترک. اندازه شیب خط برازش شده برابر با $0/003$ است.

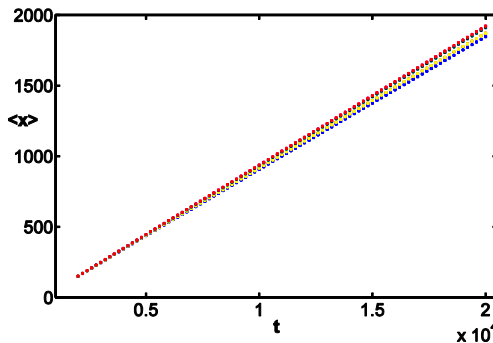
با توجه به نمودارها، مقادیر m با افزایش زاویه ترک‌ها زیاد می‌شود و این افزایش به صورت خطی مشاهده می‌گردد. این افزایش به وسیله توابع خطی برازش گردید و در شکل ۱۸، نمودار نشان می‌دهد که با افزایش چگالی تعداد ترک‌ها این روند افزایشی کاهش می‌یابد. به این معنی که با افزایش چگالی تعداد ترک و وابستگی تضعیف دامنه به زاویه ترک‌ها کاهش می‌یابد. با توجه به نمودارها تابعیت دامنه جبهه موج انتشاری بر حسب متوسط زاویه ترک و چگالی تعداد ترک‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m(\theta_m, \rho') \propto \eta(\rho')\theta_m ; \quad \eta \cong -0.003 \log \rho' \quad (11)$$

۳-۴. سرعت متوسط موج انتشاری

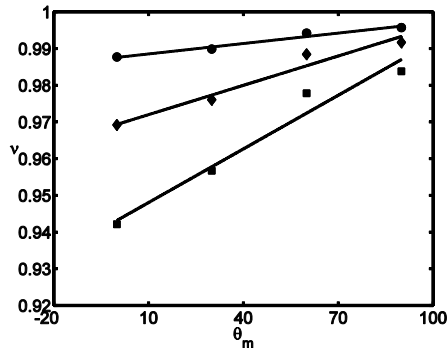
در این قسمت از تحقیق، به بررسی اثر ناهمسانگردی بر سرعت متوسط امواج انتشاری در محیط‌های ترک‌دار شبیه‌سازی شده می‌پردازیم. حمزه‌پور و همکاران به بررسی تأثیر هندسه ترک‌ها و چگالی تعداد ترک‌ها بر سرعت موج انتشار یافته در محیط‌های ترک‌دار همسانگرد پرداختند [۱۱]. در نمودار شکل ۱۹، شیب خطی نمودار بر طبق رابطه زیر سرعت متوسط انتشار امواج را نشان می‌دهد.

$$\langle x \rangle = ut \quad (12)$$

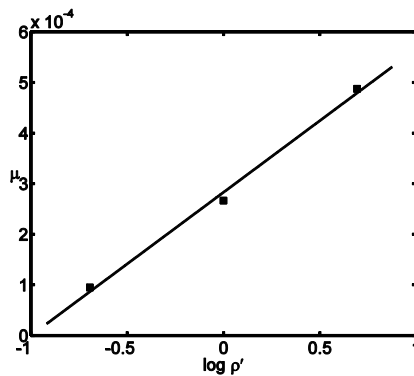


شکل ۱۹. نمودار متوسط مکان موج انتشاری بر حسب زمان برای $\rho' = 2$
تفاوت اندک شیب خطوط به دلیل تأثیر زاویه ترک بر سرعت امواج انتشاری می‌باشد.

در نمودارهای $\langle x \rangle$ بر حسب t ، شیب نمودار سرعت متوسط را نشان می‌دهد. در شکل ۲۰، سرعت متوسط بر حسب چگالی تعداد ترک‌های مختلف نمایش داده شده است.



شکل ۲۰. نمودار متوسط سرعت موج انتشاری بر حسب زاویه برای $\rho' = 0.5$ (●)، $\rho' = 1$ (■)، $\rho' = 2$ (◆)



شکل ۲۱. نمودار شیب خطوط برازش شده افزایش سرعت با زاویه بر حسب لگاریتم چگالی تعداد ترک .

مطابق شکل ۲۰، با افزایش زاویه، سرعت متوسط نیز افزایش می یابد و این افزایش به صورت خطی است و شیب این افزایش سرعت با افزایش چگالی تعداد ترک ها، بیشتر می شود. شکل ۲۱ شیب خطوط برازش شده در نمودار شکل ۲۰ را بر حسب لگاریتم مقدار چگالی تعداد ترک، نشان می دهد. با توجه به نتایج به دست آمده می توان وابستگی سرعت متوسط به زاویه ترک را به صورت رابطه زیر به دست آورد:

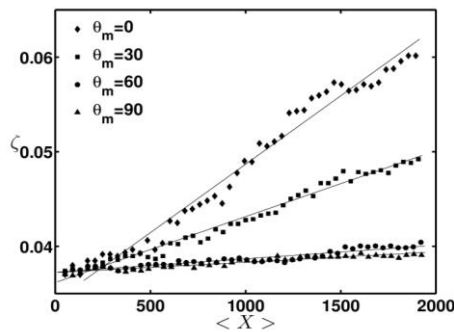
$$v(\theta_m, \rho') \propto \mu(\rho') \theta_m ; \quad \mu \cong 0.00028 \log \rho' \quad (13)$$

۳-۵. پهنای جبهه موج

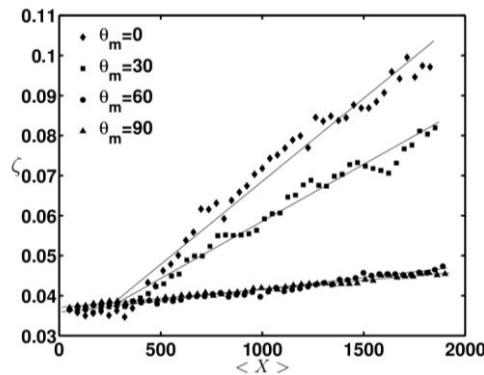
پهنای جبهه موج انتشاری در فرآیند برخورد به ترک های محیط تغییر می کند. در این تحقیق به نقش زاویه ترک در یک محیط ناهمسانگرد بر پهن شدن جبهه موج

می‌پردازیم. با توجه به شکل‌های ۲۲ و ۲۳ مشاهده می‌شود هرچقدر زاویه ترک‌ها با راستای قائم، کم‌تر باشد با توجه به این که سطح تماس جبهه موج با دیواره ترک‌ها بیشتر می‌گردد، پهن شدگی موج افزایش بیشتری می‌یابد و در زوایای بیشتر این روند افزایشی، کمتر مشاهده می‌گردد زیرا از سطح تماس دیواره ترک در برخورد به موج کاسته می‌شود. نحوه تغییرات روند افزایش پهن شدگی با توابعی خطی برازش گردیده است. شیب این خطوط می‌باشد و در نمودار شکل ۲۴ برای دو چگالی تعداد ترک و دو ضخامت ترک متفاوت نشان داده شده است. با توجه به نتایج می‌توان رابطه خطی زیر را برای پهن شدگی جبهه موج بر حسب زاویه ترک‌ها نوشت:

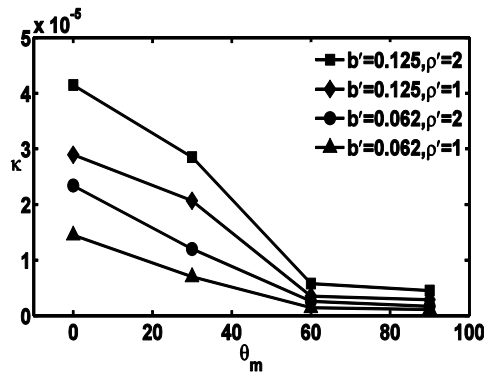
$$\zeta(\rho', b', \theta_m) \propto \kappa(\rho', b') \theta_m \quad (14)$$



شکل ۲۲. نمودار پهنای موج بر حسب مکان پیشروی موج انتشاری برای $\rho' = 1$ ، $b' = 0.0625$.



شکل ۲۳. نمودار پهنای موج بر حسب مکان پیشروی موج انتشاری برای $\rho' = 2$ ، $b' = 0.125$.



شکل ۲۴. نمودار شیب خطوط برآزش شده در نمودار افزایش پهن شدن با عبور از محیط ترک دار بر حسب متوسط زاویه ترک ها.

۴- بحث و نتیجه گیری

با توجه به تأثیر قابل توجه خواص هندسی محیط بر روی امواج آکوستیک، برای رسیدن به تقریبی بهتر از محیط‌های واقعی، همواره باید ناهمسانگردی محیط را در نظر گرفت. ناهمسانگردی‌هایی که به واسطه جهت گیری‌های متمایز ترک‌ها رخ می‌دهند، تأثیر غیر قابل اغماضی بر روی جبهه امواج انتشاری ایجاد می‌کنند. با به دست آوردن روابط بین کمیت‌های دینامیک (زبری جبهه موج، مکان اشباع زبری، تابع ساختار یا همبستگی جبهه موج انتشاری، نحوه تضعیف دامنه موج و نحوه پیشروی و پهن شدن موج) و کمیت‌های استاتیک محیط (هندسه محیط و اثر ناهمسانگردی) می‌توانیم به رهیافتی سودمند جهت حل معکوس مسئله و کشف ساختارهای نامعلوم محیط‌های طبیعی و مصنوعی دست یابیم. ناهمسانگردی محیط بر روی جبهه موج اثر قابل ملاحظه‌ای می‌گذارد به طوری که کمیت‌های دینامیک محیط ترک دار که ناشی از انتشار امواج آکوستیک و تأثیرات محیطی بر امواج هستند، به زاویه ترک‌ها و اثر ناهمسانگردی حساسیت قابل توجهی نشان می‌دهند. زبری جبهه موج در تمام طول محیط با تغییرات زاویه ترک، تغییر می‌کند و رابطه‌ای برای زبر شدن جبهه موج انتشاری بر حسب زاویه ترک‌ها به دست آمد و نشان داده شد در بررسی‌های محیط‌های نامنظم، با در نظر گرفتن میکروترک‌های همبسته می‌توان برخی از رفتارهایی را مشاهده کرد که در محیط‌های بی‌نظم معمولی دیده

نمی‌شوند. برای برخی زوایای متمایز ترک می‌توان پارامتری برای اشباع زبرشدگی جبهه موج عبوری برحسب تعداد ترک‌های محیط ترک‌دار به دست آورد به طوری که مسئله انتشار امواج کلاسیک در محیط بی‌نظم را به مسئله رشد سطوح نامنظم نزدیک تر می‌نماید. تابع همبستگی جبهه موج برحسب زاویه ترک‌ها تغییر می‌کند به طوری که در زاویه $\theta_m = 90$ که محیط مانند یک محیط بی‌نظم معمولی است، نمای تابع همبستگی برابر با $0/5$ می‌باشد و برای محیط با زاویه ترک کمتر، با توجه به بیشتر شدن همبستگی ترک‌ها نسبت به راستای انتشار موج، بیشتر می‌گردد. تابعیتی برای همبستگی جبهه موج برحسب زاویه ترک‌ها به دست آمد. دامنه موج آکوستیک پس از عبور از محیط ترک‌دار تغییر می‌کند به طوری که رابطه‌ای برای میزان این تغییرات بر حسب زاویه ترک‌ها به دست آمد. رابطه‌ای برای سرعت متوسط موج انتشاری برحسب زاویه ترک‌های محیط در محیط‌هایی با چگالی متفاوت به دست آمد و همچنین ارتباط میزان پهن‌شدگی جبهه موج با زاویه ترک‌ها بررسی شد.

۵- مراجع

- [1] P.M. Adler and J.-F. Thovert, "Fractures and Fracture Networks"; Kluwer, Dordrecht. (1999)
- [2] J. M. Carcione, "Wave Field in Real Media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic and Porous Media"; Elsevier, Amsterdam. (2001)
- [3] S.Torquato, "Random Heterogeneous Materials"; Springer, New York. (2002)
- [4] D. S. Novikov, Els Fieremans, Jens H. Jensen, and Joseph A. Helpert, Nature, (2010).
- [5] M. Sahimi, Heterogeneous Materials I and II. Springer, New York. (2003)
- [6] J. Aström, M. Kellomäki, M.Alava and J. Timonen, "Propagation and kinetic roughening of wave fronts in disordered lattices"; Phys. Rev. E **56**, 6042.(1997).
- [7] S.M.V Allaei and M. Sahimi, "Shape of a wave front in a heterogeneous medium"; Phys. Rev. Lett. **96**, 075507,(2006).

- [8] D. Sangare, J.-F. Thovert and P.M. Adler, “Macroscopic properties of fractured porous media”; *Phys. A* **389**, 921–935, (2010).
- [9] A. Yazdi, H. Hamzhepour and , M. Sahimi, “Permeability, porosity, and percolation properties of two-dimensional disordered fracture networks”; *Phys. Rev. E* **84**, 046317, (2011).
- [10] H. Hamzhepour, V.V. Mourzenko, J.-F. Thovert and P.M. Adler, Percolation and permeability of networks of heterogeneous fractures. *Phys. Rev. E* **79**, 036302, (2009).
- [11] H. Hamzhepour, F.H. Kasani, M. Sahimi and R. Sepehrinia , “Wave propagation in disordered fractured porous media”; *Phys. Rev. E* **89**, 023301, (2014).
- [12] M. Khoshhali and H. Hamzhepour, “Wave front properties of acoustic wave in disorder fractured media”; *Transp Porous Med*, Springer, (2014).
- [13] H.P. Langtangen, “Computational Partial Differential Equations-Numerical Methods and Diffpack Programming”; Springer, New York. (1999)
- [14] A.L. Barabási and H.E. Stanley , “Fractal Concepts in Surface Growth”; Cambridge University Press, London. (1995)
- [15] M. Sahimi and S.E. Tajar, “Self-affine fractal distributions of the bulk density, elastic moduli, and seismic wave velocities of rock”; *Phys. Rev. E* **71**, 046301(2005).
- [16] S. Feng , L. Golubovic and Y.-Z. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1028-1031, (1990).